UNIDAD 1

ESTATICA DE LA PARTICULA DEL CUERPO

CARRERA: TÉCNICO UNIVERSITARIO EN MANTENIMIENTO INDUSTRIAL

Equipo docente:
Ing. Sergio Luis Ribotta
Ing. Marcela Ines Pesetti
Ing. Rafael Rodrigo

Marcelita.ines@gmail.com
Año 2016

Ministerio de Cultura y Educación
Universidad Nacional de San Luis
Facultad de Ingeniería y Ciencias Agropecuarias
Departamento: Ciencias Básicas
Área: Física
CARRERA: TÉCNICO UNIVERSITARIO EN MANTENIMIENTO INDUSTRIAL

Estática de la partícula.

Introducción

La ***física*** es una Ciencias fundamental y la estudiamos para poder comprender algunos de los fenómenos que nos rodean. Es utilizadan por científicos de distintas disciplina, como por ejemplo los químicos para explicar la estructura de la materia; otros la usan para determinar cómo las actividades humanas afectan la atmosfera y los océanos, y también para buscar formas alternativas de energía.

La física es una ciencia experimental, esto significa que los fenómenos en análisis deben observarse y medirse.

El proceso de medición es por lo tanto de fundamental importancia. Para realizar una medición deben intervenir tres sistemas: el sistema objeto al cual deseamos medir, el sistema de medición o aparato de medición (regla, termómetro, etc.) y el sistema de comparación, este último no es otra cosa que la unidad o referencia adoptada en la medición. Los resultados de las mediciones suelen describirse con números.

Magnitudes

El numero empleado para describir cuantitativamente un fenómeno físico se llama ***cantidad*** o ***magnitud física***. Ese número debe ir acompañado de una unidad que los observadores puedan duplicar o repetir en distintos lugares, los ingenieros y científicos de todo el mundo utilizan "sistema métrico decimal" y que en la actualidad se llama "Sistema Internacional de medidas". Son un ejemplo de magnitudes físicas la temperatura 38°C, el peso 85 N, el tiempo 2s, etc.

Cuando medimos cualquier magnitud como la longitud o la intensidad de una corriente eléctrica, en realidad estamos ***comparando*** esa magnitud con alguna otra, que consideramos arbitrariamente como patrón. Por ejemplo al determinar una masa desconocida en la balanza, lo que hacemos es comparar esa masa con masas patrones (las "pesas" de la balanza). Estas pesas, a su vez, han sido comparadas (o calibradas) con algún patrón secundario. Al seguir la cadena de comparaciones se llega hasta la comparación con el kilogramo patrón o patrón universal de masa que se conserva en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas en Sèvres, cerca de París, adoptado mediante convenios internacionales.

De igual forma que con el kilogramo patrón, existen patrones para otras magnitudes, denominadas ***fundamentales***, tales como el **tiempo**, la **longitud** y la **temperatura**. Existen diferentes sistemas de unidades que reconocen diferentes magnitudes fundamentales. El Sistema Internacional de Unidades, vigente en la mayoría de los países, considera sólo siete magnitudes fundamentales.

Las magnitudes fundamentales del Sistema Internacional de Unidades aparecen en la tabla siguiente:

{PRIVATE}MAGNITUD	PATRÓN	SÍMBOLO
Longitud	metro	m
masa	kilogramo	kg
tiempo	segundo	s
temperatura	Kelvin	K
cantidad de sustancia	mol	mol
intensidad de la corriente	Ampere	A
intensidad de la luz	bujía o candela	b - cd

Además de las magnitudes fundamentales, existen otras que son las ***derivadas*** que se obtienen a partir de una combinación de las fundamentales, un ejemplo es la superficie (producto de dos longitudes) y la velocidad (cociente entre longitud y tiempo), etc.

$$superficie = longitud x longitud \qquad S = l.l = l^2 [m.m = m^2]$$

$$velocidad = \frac{espacio}{tiempo} \qquad v = \frac{l}{t}\left[\frac{m}{s}\right]$$

<u>Magnitudes escalares y vectoriales</u>

Algunas cantidades físicas como el tiempo, la temperatura, la masa y la carga eléctrica se pueden describir plenamente con un número y una unidad, a estas magnitudes las llamamos ***magnitudes escalares***, por ejemplo: una masa de 3Kg, un tiempo de 2 segundos, una temperatura de 38 °C. Pero muchas otras cantidades importantes están asociadas a una dirección y no pueden describirse con un solo número. Estas magnitudes son fundamentales para describir ciertas aéreas de la física como la descripción del movimiento y las causas que lo producen, a estas magnitudes se las denomina ***magnitudes vectoriales***. Por lo tanto, para expresar correctamente una magnitud vectorial es necesario la utilización de 3 características: ***dirección, sentido y módulo*** (intensidad). Un ejemplo sencillo es el movimiento de un automóvil, para describirlo no solo necesitamos saber qué tan rápido se mueve sino también hacia donde lo hace. La rapidez del automóvil combinada con la dirección constituye una cantidad llamad velocidad. Otros ejemplos de magnitudes vectoriales son la fuerza y la aceleración, para el caso de la fuerza debemos indicar no solo la intensidad si no también en qué dirección se tira o se empuja **(Fig 1)**.

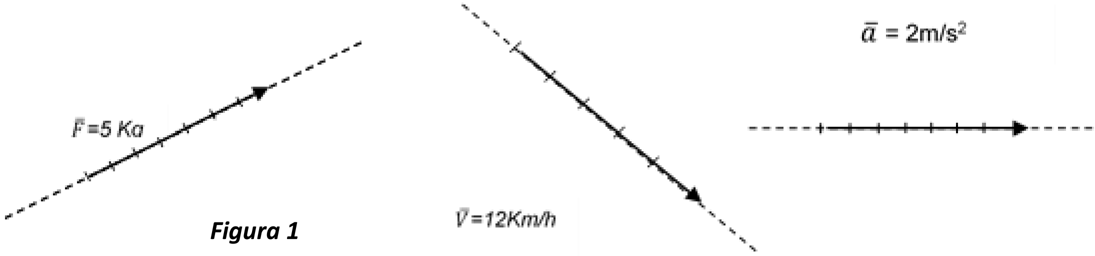


Figura 1

<u>Concepto de vectores: Componentes de un vector.</u>

"Un vector es un segmento orientado. El primero de los puntos de denomina origen y el segundo extremo del vector. La recta que contiene el vector determina la dirección del mismo y la orientación sobre esa recta determina el sentido del mismo. La longitud del vector es proporcional a su intensidad o módulo es la longitud del segmento orientado OE" como se ve en la **Fig 2.**

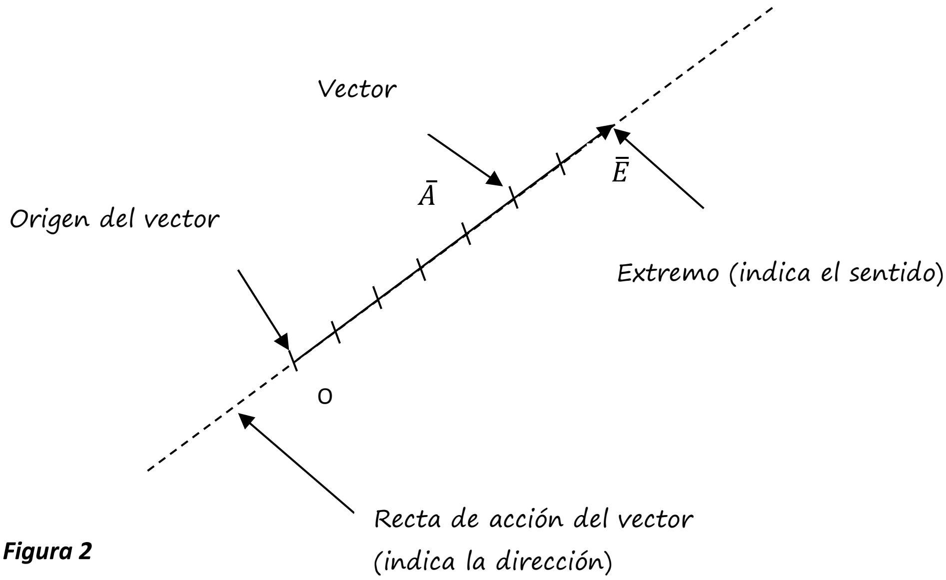


Figura 2

Una magnitud vectorial se puede representar de alguna de las siguientes maneras:

Vector A, $\overline{\boldsymbol{A}}$ (con flecha), $\overline{\boldsymbol{A}}$ (con segmento), A (negrita)

El módulo del vector A se indica como: /$\overline{\mathrm{A}}$/

<u>Operaciones con vectores.</u>

En el caso de magnitudes escalares, usamos las operaciones ordinarias de la aritmética, por ejemplo 3Kg + 4Kg =7 Kg o 4x2s=8s pero para las magnitudes vectoriales las operaciones son otras.

Supongamos que una partícula sufre un desplazamiento A seguido de un desplazamiento B. el resultado final será un desplazamiento C. Llamamos C al vector sumatoria o resultante de los desplazamientos A y B se expresa de la siguiente manera: $\overline{\boldsymbol{C}} = \overline{\boldsymbol{A}} + \overline{\boldsymbol{B}}$.

"La suma de vectores es un proceso geométrico y no es lo mismo que sumar dos escalares".

<u>Suma y Resta de Vectores</u>

Para sumar y restar vectores hay métodos gráficos y métodos analíticos (a través de fórmulas)

A. MÉTODOS GRÁFICOS

A.1. Método del paralelogramo

Suma: Dados dos vectores $\bar{A}$ y $\bar{B}$ como se ve en la figura 1, el vector suma $\bar{S}$ se obtiene de la siguiente manera: primero ambos vectores se llevan a un origen común O, luego se trazan paralelas a ambos vectores por sus extremos, $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$, formándose el paralelogramo OACB . Uniendo el origen O con el punto C se obtiene el vector suma S, es decir S= A+B. Debemos observar una característica muy importante de la suma de vectores: α es el ángulo comprendido entre los vectores A y B **(Fig 3)**.

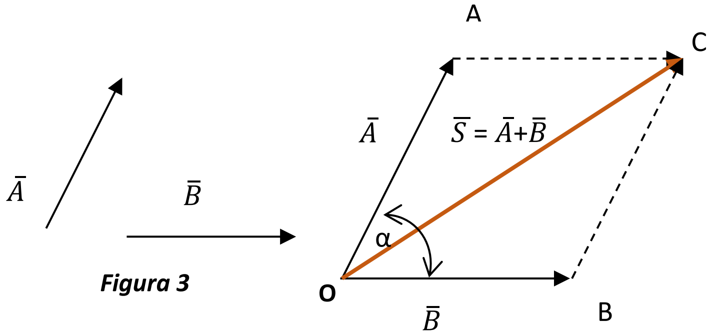


Figura 3

Resta: La resta se realiza empleando el mismo procedimiento utilizado que en la suma de vectores, con la diferencia que al colocar el segundo vector (el que está restando), se lo dibuja conservando la dirección pero en sentido contrario: $\bar{A} - \bar{B} = \bar{R}$ **(Fig 4).**

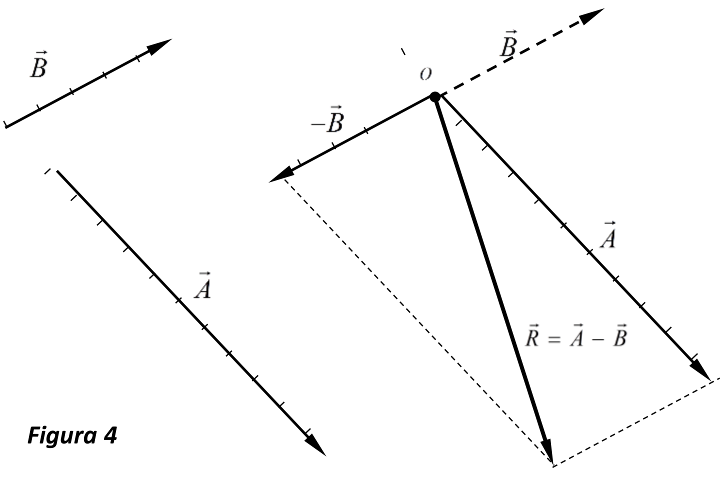


Figura 4

Ejemplo suma: Supongamos tener las fuerzas $\overline{F_1} = 8Kg$ y $\overline{F_2} = 5Kg$ (recordar que la fuerza es una magnitud vectorial) y sea el ángulo entre los dos vectores $\alpha = 35°$.

Determinar aplicando la regla del paralelogramo la resultante o suma $\overline{F_r} = \overline{F_1} + \overline{F_2}$

Datos: Incógnitas:

$\left|\vec{F}_1\right| = 8\ Kg$ $\left|\vec{F}_R\right| = ?$

$\left|\vec{F}_2\right| = 5\ Kg$ $\beta = ?$

$\alpha = 35^o$

Se construyen en escala a partir de un punto O (arbitrario) las fuerzas. Colocamos primeramente $\overline{F_1} = 8Kg$ (horizontalmente para simplificar el análisis) y a partir de $\overline{F_1}$ mido el ángulo $\propto = 35°$, luego con origen en O trazo la fuerza $\overline{F_2} = 5Kg$. Aplicamos la regla del paralelogramo y luego trazamos la diagonal OP que representa el vector resultante o suma $\overline{F_r}$. Medimos la longitud de $\overline{F_r}$, lo cual nos da (en la misma escala con que se dibujaron las fuerzas)

$$\overline{OP} = |\overline{F_r}| = 12{,}5cm = 12{,}5Kg$$

Luego, con un semicírculo podemos determinar el ángulo $\beta = 13°$ **(Fig 5)**

Finalmente, la repuesta es. $|\overline{F_r}| = 12{,}5Kg$ y ángulo $\beta = 13$

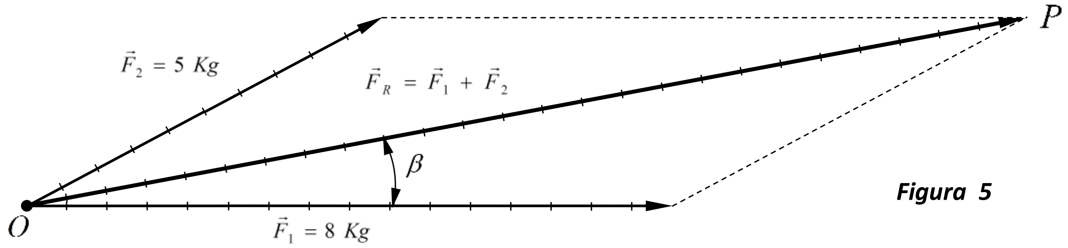


Figura 5

A.2. De la poligonal

Este método se aplica por lo general cuando tenemos suma de más de dos vectores, pero también puede aplicarse en el caso de suma de 2 vectores.

El procedimiento es el siguiente. Supongamos tener dos vectores A y B de distinto origen y queremos hallar la suma de ambos. Por lo general se coloca la cola del segundo vector sobre la cabeza o punta del primero. Unimos la cola del primero con la cabeza del segundo, respetando los angulos que poseen originalmente, y ese es el vector desplazamiento C **(Fig 6)** .

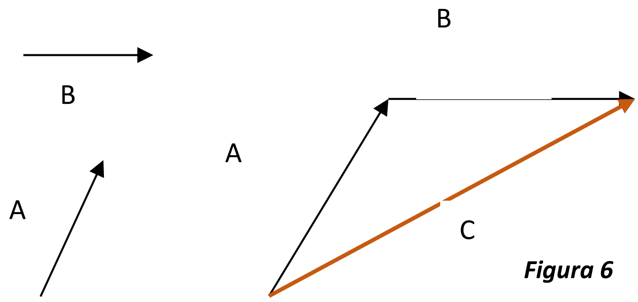


Figura 6

Para un caso más general el procedimiento es el siguiente: Supongamos tener cuatro vectores $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$ y $\overline{D}$ de distinto origen y queremos hallar el vector suma

A partir de un origen arbitrario O se traslada el vector $\bar{A}$ luego a continuación del vector $\bar{A}$ se traslada el vector $\bar{B}$, utilizando siempre el mismo procedimiento, se traslada el vector $\bar{C}$ y así sucesivamente hasta llevar el último vector. Se une el origen del primer vector con el extremo del último vector obteniéndose así el vector suma $\bar{S}$ es decir $\bar{S}$ = $\bar{A}$+ $\bar{B}$+ $\overline{C}$+$\overline{D}$. (**Fig 7)**

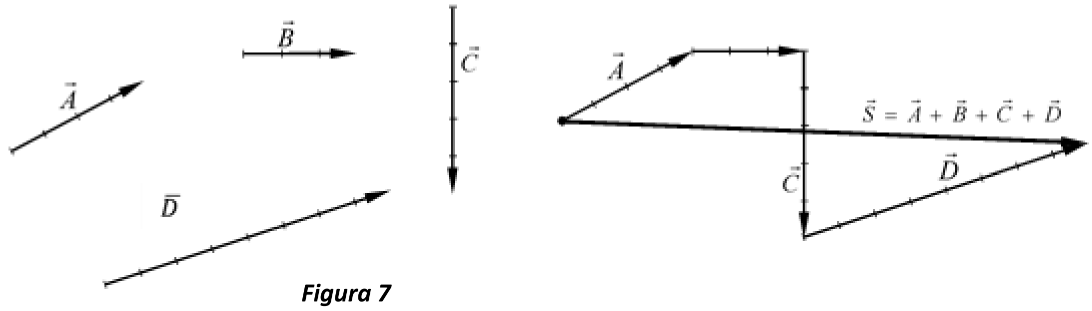


Figura 7

Ejemplo; Supongamos tener los siguientes vectores: $|\bar{a}| = 7cm$, $|b| = 5\ cm$, $|c| = 8\ cm$ y $|d| = 4cm$ y los correspondientes ángulos entre vectores $\alpha_{ab} = 40°$, $\alpha_{bc} = 100°$ y. $\alpha_{cd} = 70°$Determinar aplicando el método de la poligonal el vector resultante o suma.

Midiendo con una regla y un semicírculo obtenemos el vector suma $\bar{S}$ siendo $\overline{|S|} = 6{,}5cm$ y $\beta = 79°$. **(Fig 8)**

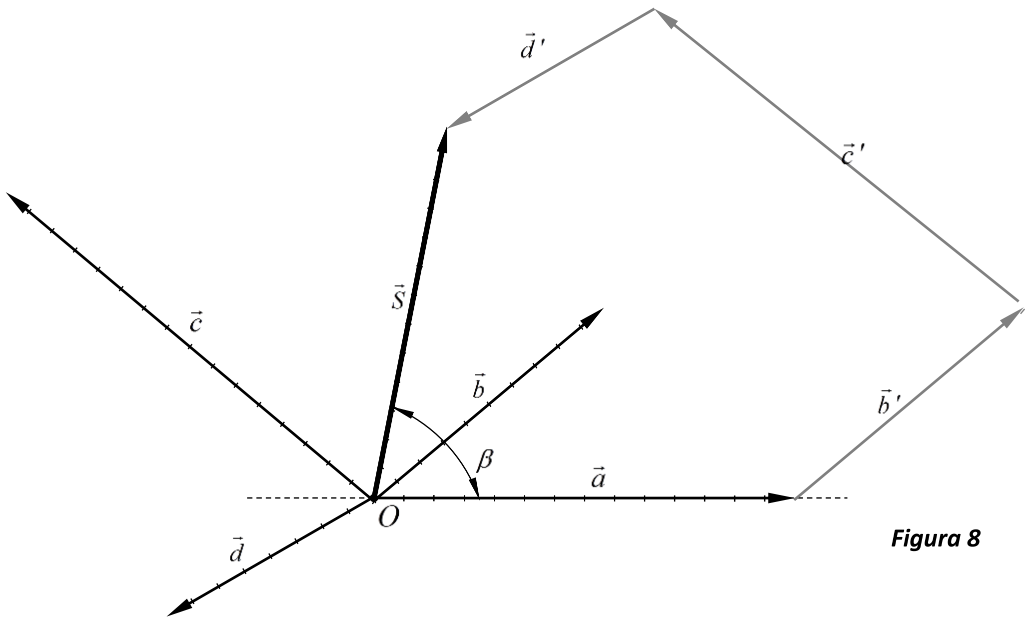


Figura 8

Otra forma de realizar la **resta** entre los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ es llevar ambos a un mismo origen y unir el extremo del segundo vector en este caso el vector $\vec{B}$ con el extremo del vector $\vec{A}$ **(Fig. 9).**

Un caso especial es el caso en el que los dos vectores tienen la misma dirección y sentido **(Fig 10 a).**

En contraste cuando los vectores tienen distinto sentido la magnitud C es la diferencia de los vectores A y B y el vector C tendrá el sentido del mayor, en este caso del vector A. Por lo tanto: $\boldsymbol{C} = \bar{\boldsymbol{A}} + \overline{(-\boldsymbol{B})}$. **(Fig 10 b).**

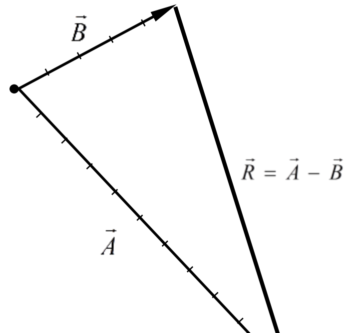


Figura 9

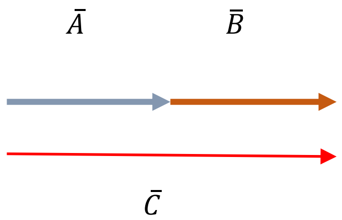


Figura 10 a

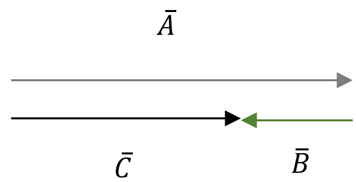


Figura 10 b

B. *Métodos Analíticos*

B.1. *Teorema del Coseno*

$$\bar{F}^2 = \bar{F}_1^2 + F_2^2 + 2.\bar{F}_1.\bar{F}_2.\cos \propto$$

$$/\bar{F}/= \sqrt{\bar{F}_1^2 + F_2^2 + 2.\bar{F}_1.\bar{F}_2.\cos \propto} \qquad \textbf{Ecuacion 1}$$

_Donde:

$/\bar{F}/$= modulo del vector resultante.
$\bar{F}_1$ = vector 1
$\bar{F}_2$ = vector 2
$\propto$ = angulo comprendido entre F_1 y F_2

B.2. *Componentes de un vector*

Mediante este método se pueden realizar las operaciones de suma y resta de vectores. Para comenzar vamos a definir que son las componentes de un vector. Para ello dibujamos una fuerza $\bar{F}$ en el plano con su cola en O (***Fig 11***), podemos descomponer esta fuerza según dos componentes, $\bar{F}_x$ y ,$\bar{F}_y$. Suponemos que la fuerza $\bar{F}$ forma un ángulo α con el eje +x.

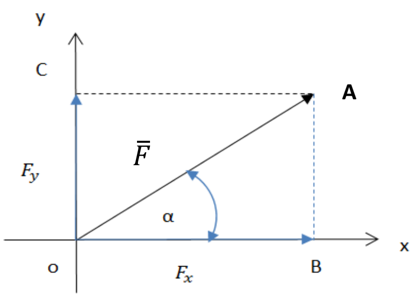


Figura 11

La proyección de la fuerza $\bar{F}$ sobre el eje x, es F_x y vale:

$$F_x = \bar{F}\cos\alpha \qquad \textbf{Ecuacion 2}$$

y la proyección de la fuerza $\bar{F}$ sobre el eje y, es F_y y vale:

$$F_y = \bar{F}\,\mathrm{sen}\,\alpha \qquad \textbf{Ecuacion 3}$$

La suma vectorial de las componentes entonces es:

$$\bar{\bar{F}} = F_x + F_y \qquad \textbf{Ecuacion 4}$$

Esto significa que un vector puede reemplazarse por sus componentes y expresarse de la siguiente manera:

$$\bar{\boldsymbol{F}} = F_x i + F_y\, j \qquad \textbf{Ecuacion 5}$$

Donde:

F_x es la componente de la fuerza $\bar{F}$ en la dirección del eje x (i) y

F_y es la componente de la fuerza $\bar{F}$ en la dirección del eje y (j).

OJO!! las componentes son números, no son vectores.

Como puede observarse en la fuerza $\bar{F}$ es la hipotenusa del triángulo rectángulo ABO donde $\overline{OB} = \bar{F_x}$ y $\overline{OC} = \bar{F_Y}$ entonces aplicando el Teorema de Pitágoras podemos obtener

$$|\bar{\boldsymbol{F}}| = \sqrt{\boldsymbol{F_x^2} + \boldsymbol{F_y^2}} \qquad \textbf{Ecuacion 6}$$

además $\tan\alpha = \frac{OC}{OB} = \frac{F_Y}{F_X}$ $\qquad$ $\alpha = \tan^{-1}\frac{F_y}{F_X}$ **Ecuacion 7**

Ejemplo: Dada una fuerza $\overline{|F|} = 12kg$ que forma un ángulo α con el eje x, determinar sus componentes cuando **(Fig 12):**

a)α=70°

Datos:

$\overline{|F|} = 12kg$

α=70

Incógnitas: F_x =? Y F_y =?

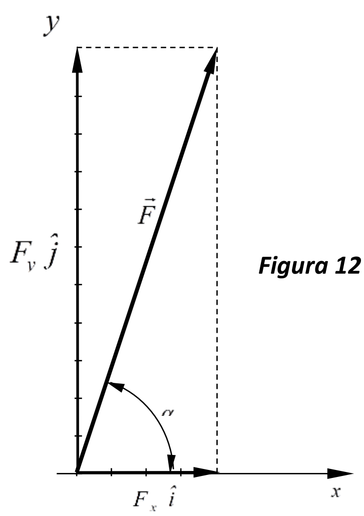


Figura 12

Para determinar las componentes aplicamos las ecuaciones 1 y 2, entonces:

$$F_x = \bar{F}\cos\alpha = 12Kgcos\,70° = 4{,}10Kg$$
$$F_y = \bar{F}\,\mathrm{sen}\,\alpha = 12\ Kg\ sen\,° = 11{,}28Kg$$

Se cumple que $\vec{F} = F_x\,\hat{i} + F_y\,\hat{j}$ según sus componentes de acuerdo a la ***Ecuación 5***,

$$\vec{F} = (4{,}10\,\hat{i} + 11{,}28\,\hat{j}\,)\ Kg$$

Suma y resta de vectores por componentes

Dados dos vectores $\bar{A}$ y $\bar{B}$

Donde: $\bar{A} = A_x + A_y$ y $\bar{B} = B_x + B_y$

$A_x = \bar{A}\cos\alpha; A_y = \bar{A}sen \propto$ y $B_x = \bar{B}\cos\beta$; $B_y = \bar{B}\cos\beta$

El vector resultante será:

$\bar{R} = (A_x + B_x) + (A_y + B_y)$ **Ecuacion 8**

Donde :

$\mathrm{R_x} = (A_x + B_x)$ **Ecuacion 9**

$R_y = \left(A_y + B_y\right)$ **Ecuacion 10**

$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

Y el ángulo α estará definido por: $\alpha = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_X}$ **Ecuacion 11**

Ejemplo suma. Sean los siguientes vectores:

$\bar{a}$: $|\bar{a}| = 7\ y\ \emptyset = 30º$

b: $\left|\bar{b}\right| = 5\ y\ \beta = 110º$

$\bar{c}$: $|\bar{c}| = 8\ y\ \gamma = 220º$

$\bar{d}$: $|d| = 6\ y\delta = 300º$

Determinar el módulo del vector suma $\bar{S}$ y el ángulo que forma con el eje x.

Incógnitas: $\bar{s}$: $|s| =?\ y\ \theta =?$

Primeramente determinaremos las componentes de cada vector empleando las ecuaciones por lo tanto:

$a_x = 7\ cos\ 30^o = 6{,}06$ $\qquad$ $a_y = 7\ sen\ 30^o = 3{,}5$

$b_x = 5\ cos\ 110^o = -1{,}71$ $\qquad$ $b_y = 5\ sen\ 110^o = 4{,}7$

$c_x = 8\ cos\ 220^o = -6{,}13$ $\qquad$ $c_y = 8\ sen\ 220^o = -5{,}14$

$d_x = 6\ cos\ 300^o = 3{,}0$ $\qquad$ $d_y = 6\ sen\ 300^o = -5{,}19$

$S_x = a_x + b_x + c_x + d_x$ $\qquad$ $S_y = a_y + b_y + c_y + d_y$

$S_x = 6{,}06 - 1{,}71 - 6{,}13 + 3$ $\qquad$ $S_y = 3{,}5 + 4{,}7 - 5{,}14 - 5{,}18$

$S_x = 1{,}22$ $\qquad$ $S_y = -2{,}13$

$\vec{S} = 1{,}22\ \hat{i} - 2{,}13\ \hat{j}$

Para determinar el módulo aplicamos la ***Ecuación 6:***

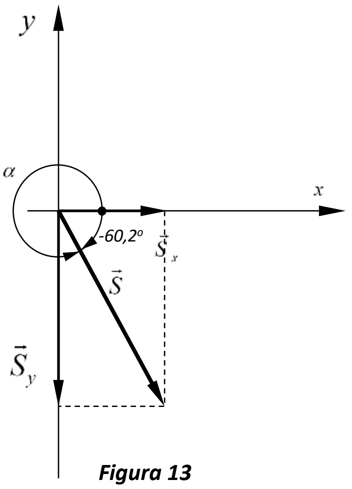


Figura 13

$$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} = \sqrt{1{,}22^2 + (-2{,}13)^2} = 2{,}45$$

y el ángulo mediante la ***Ecuación 7***

$$\alpha = arctg\ \frac{S_y}{S_x} = arctg\ \frac{-2{,}13}{1{,}22} = -60{,}2^o$$

El signo de las componentes nos indica que el vector se halla en el cuarto cuadrante, por lo que la respuesta correcta del ángulo es referida al eje x positivo, entonces como se ve en la ***Fig.13***:

$$\alpha = 360^o - 60{,}2^o = 299{,}8^o$$

Ejemplo Resta: Resolver $\bar{a}$: $|\bar{a}| = 8$ menos $\bar{b}$: $|\bar{b}| = 5$ si el primero esta sobre el eje x positivo y el segundo forma un ángulo de 140° con x:

Datos:

$|\vec{a}| = 8$

$|\vec{b}| = 5$

$\alpha = 140°$

Incógnitas:

$|\vec{r}| = ?$

$\beta = ?$

De acuerdo a los datos y a la podemos escribir las componentes para cada vector como :

$\bar{a} = a_x + a_y$

$\bar{b} = b_x + b_y$

$a_x = \bar{a}\cos\alpha = 8cos0° = 8$

$a_y = \bar{a}\,\mathrm{sen}\,\alpha = 8sen0° = 0$

$b_x = \bar{b}\cos\beta = 5\cos 140° = -3{,}83$

$b_y = \bar{b}\,\mathrm{sen}\,\beta = 5\,\mathrm{sen}\,140° = 3{,}21$

entonces podemos escribir los vectores como:

$\bar{a} = 8i + 0j$

$\bar{b} = -3{,}83i + 3{,}21j$

Realizando la resta entre ambos vectores:

$$\bar{R} = \bar{a} - \bar{b} = (a_x - b_x) + (a_y - b_y)$$

$$\bar{R} = [8 - (-3{,}83)] + (0 - 3{,}21) = 11{,}83i - 3{,}23j$$

$|R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$ Y el ángulo α estará definido por: $\alpha = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_X}$

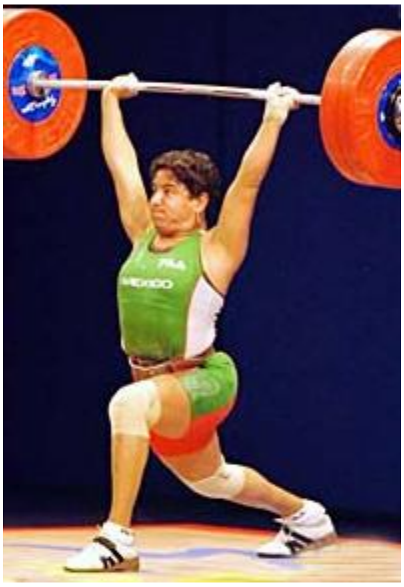
$|R| = \sqrt{(11{,}83)^2 + (-3{,}23)^2} = 12{,}26$

$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{-3{,}23}{11{,}83}\right) = -15{,}27°$ de acuerdo al signo de la componente, se observa que el vector se halla en el cuarto cuadrante, por lo tanto la expresion correcta para el angulo es $\beta = 344{,}7°$

1-1 Resultante de un sistema de fuerzas concurrentes.- Equilibrio de una partícula. Primera condición de equilibrio de un cuerpo.

Definición de estática: Es la parte de la Mecánica que estudia las leyes del equilibrio, o dicho de otra manera, el equilibrio estático de los cuerpos sometido a **fuerzas**.

Fuerza, concepto de fuerza.



La ***fuerza*** es un concepto difícil de definir, pero muy conocido. Sin que nos digan lo que es la fuerza podemos intuir su significado a través de la experiencia diaria. Una fuerza es algo que cuando actúa sobre un cuerpo de cierta masa, le provoca un efecto.

Por ejemplo, al levantar pesas, al golpear una pelota con la cabeza o con el pie, al empujar algún cuerpo sólido, al tirar una locomotora de los vagones, al realizar un esfuerzo muscular al empujar algo, etcétera siempre hay un efecto.

El efecto de la aplicación de una fuerza sobre un objeto puede ser:

- Modificación del estado de movimiento en que se encuentra el objeto que la recibe
- Modificación de su aspecto físico.

"En general podemos decir que: ***fuerza*** es la causa del movimiento, o también la podemos enunciar como: ***fuerza es una interacción entre dos cuerpos***".

La ***fuerza*** es una magnitud vectorial, para describir una fuerza debemos indicar su dirección y su magnitud, es decir indicar cuanto y que tan fuerte se empuja o se tira. La unidad **SI** de la magnitud fuerza es **el Newton, N** y un Newton es 1 $\frac{Kg.m}{s^2}$.

Son ejemplos de fuerzas de la naturaleza, el Peso, la Gravedad, el Empuje, etc.

Fuerza Peso ($\overline{\mathbf{P}}$): todo cuerpo en la Tierra, está sometido a una fuerza llamada peso. La característica de esta fuerza peso es que es una fuerza que ejerce la tierra sobre todo cuerpo, y está dirigida perpendicularmente a un plano horizontal, tal como se observa en la figura.

Fuerza normal ($\overline{\mathbf{N}}$): Es una fuerza ejercida por el suelo o superficie sobre un cuerpo apoyado y es perpendicular a la dirección de la superficie de apoyo. Todo cuerpo apoyado está sometido a la acción de dos fuerzas: el peso $\bar{P}$ y la normal $\bar{N}$.

Tensión ($\overline{T}$): Todo cuerpo suspendido por una soga o cuerda está sometido a una fuerza que llamaremos tensión $\overline{T}$ .De esta forma un cuerpo suspendido de una soga está sometido a la acción de dos fuerzas: el peso $\overline{P}$ y la tensión $\overline{T}$.

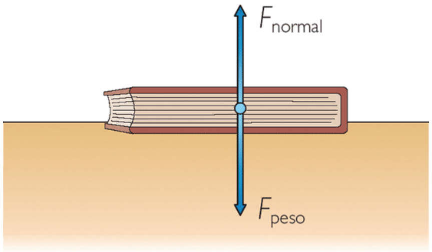


Figura 14

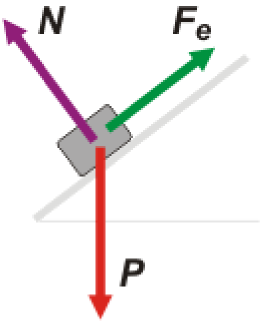


Figura 15

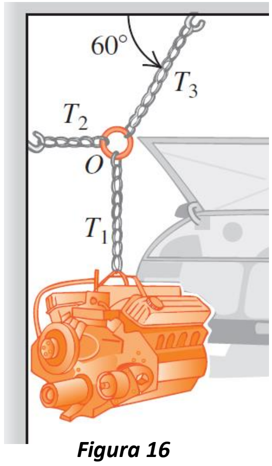


Figura 16

Resultante de un sistema de fuerzas concurrentes.

Sistema de fuerzas coplanares: Un sistema de fuerzas es un conjunto de fuerzas que actúan sobre un cuerpo ***(Fig 17)***. Si dicho sistema pertenece a un plano, se ***denomina coplanar***. Por lo general, por razones de simplicidad, en este capítulo trabajaremos solamente con sistemas de fuerzas coplanares. Si esas fuerzas actúan sobre un cuerpo de pequeñas dimensiones, diremos que actúan sobre un punto. Las fuerzas que actúan sobre un punto se llaman concurrentes.

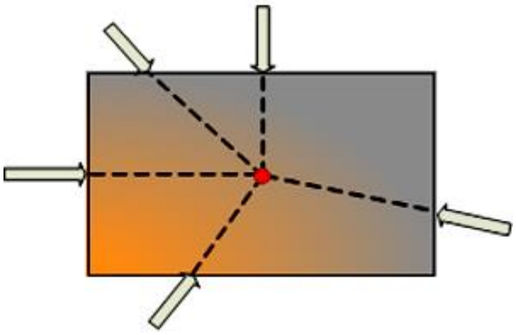


Figura 17

Recordemos que por ser las fuerzas, magnitudes vectoriales, tienen las propiedades de los vectores a los efectos de la suma y la resta. En general podemos representar un sistema de fuerzas coplanares, tal como se muestra en la figura. En la misma se ha representado un cuerpo puntual en el cual actúan cuatro fuerzas coplanares.

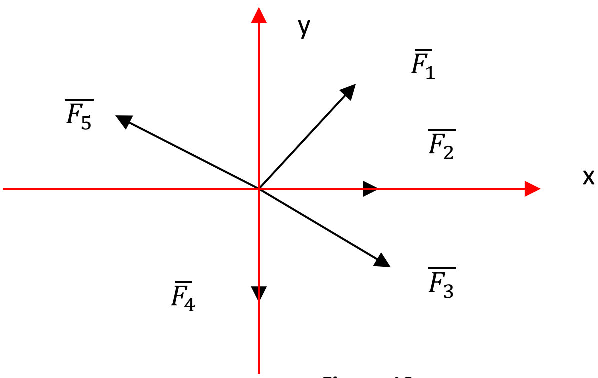


Figura 18

Tal como se muestran en las figuras si tenemos varias fuerzas aplicadas a un cuerpo, por ser estas magnitudes vectoriales podemos encontrar la suma de estos vectores o fuerzas, por cualquiera de los métodos ya vistos. En la figura encontramos la suma de las fuerzas coplanares y a esa suma la llamamos resultante de las fuerzas dadas, es decir:

$$\bar{R}=\bar{F}_1+\bar{F}_2+\bar{F}_3+\bar{F}_4 \qquad \text{Ecuacion 12}$$

Conceptualmente, podemos decir que la resultante $\bar{R}$ de un sistema de fuerzas, es una fuerza que reemplaza o hace el mismo papel a los efectos de producir movimiento que las fuerzas dadas. En lugar de colocar todas las fuerzas podemos colocar solamente la resultante $\bar{R}$ evidentemente la resultante sacará del reposo el punto u objeto donde están aplicadas las fuerzas (fig 19).

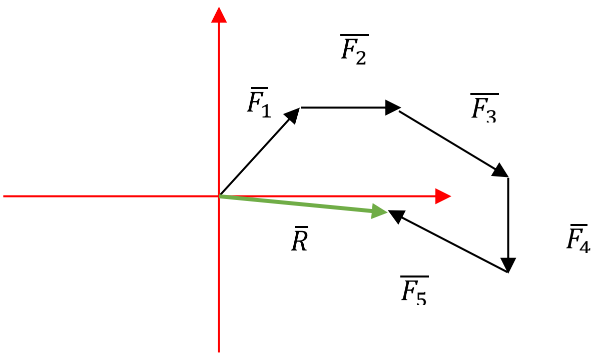


Figura 19

<u>***Equilibrio de una partícula. Primera condición de equilibrio.***</u>

Si ahora, sobre el cuerpo o punto O aplicamos una fuerza equilibrante $\bar{E}$ igual en módulo y de sentido contrario a la resultante $\bar{R}$ el objeto estará en equilibrio, tal como se observa en la *fig. 20*:

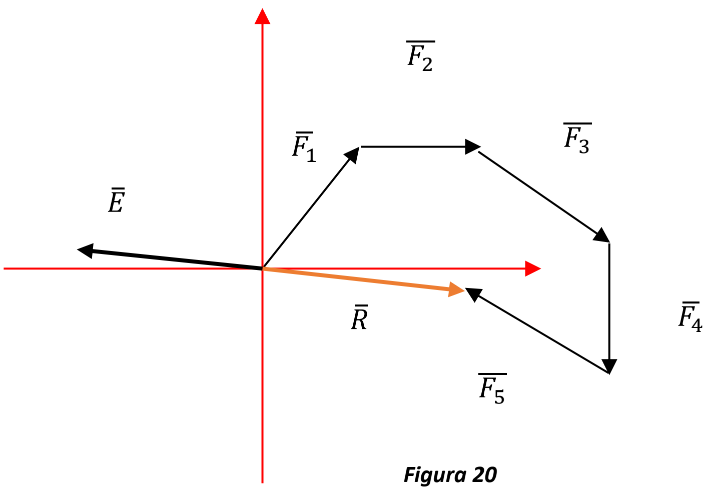


Figura 20

$\bar{R}=\bar{F}_1+\bar{F}_2+\bar{F}_3+\bar{F}_4$ y

$R = -\bar{E}$ Ecuacion 13

Entonces podemos decir que:

$$\bar{R} + \bar{E} = 0 \qquad \text{Ecuacion 14}$$

En este caso el cuerpo está en equilibrio, es decir que no se mueve o se mueve con movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.).

De todo esto podemos resumir que:

"Si sobre un cuerpo no actúan fuerzas, o actúan varias fuerzas cuya resultante es cero, decimos que el cuerpo está en equilibrio. En forma general podemos expresarlo":

$$\sum \bar{F} = 0 \qquad \text{Ecuacion 15}$$

Y para que esto se cumpla, cada componente de la fuerza neta debe ser cero:

$$\sum \bar{F}_x = 0 \qquad \sum \bar{F}_y = 0 \quad \text{Ecuacion 16}$$

En forma vectorial según sus componentes:

$$\sum_{i=1}^{n}\left(F_{ix}i + F_{iy}j\right) = 0 \quad \text{Ecuacion 17}$$

Ejemplo 1: Un cuerpo de 12 Kg está suspendido de una soga. Determinar la tensión de en la soga o cuerda como en la *Fig. 21*.

Datos: $\bar{P} = 12\ Kg$

Incógnitas: T

Considerando el cuerpo colgado de la soga, sobre este cuerpo se consideran aplicadas dos fuerzas: el peso $\bar{P}$ y la tensión en la cuerda $\bar{T}$. Como no hay componentes de las fuerzas en la dirección del eje x, debe cumplirse por lo tanto la ecuación:

$$\sum \bar{F}_y = 0 \qquad \bar{T} - \bar{P} = 0$$

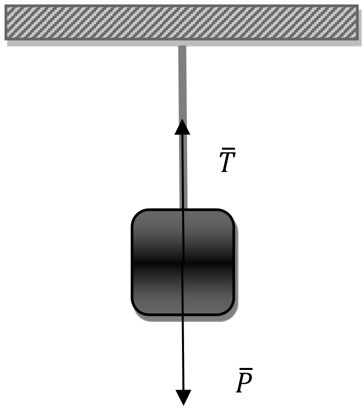


Figura 21

$$\bar{T} = \bar{P} = 12kg$$

Ejemplo 2:

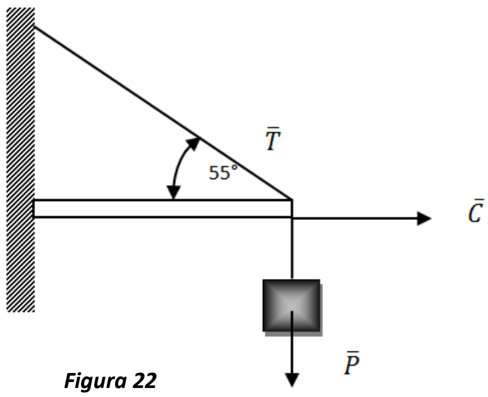


Figura 22

Un cartel que pesa 35 Kg está sostenido por un alambre fijo al extremo de una barra de madera de peso despreciable, según se observa en la ***fig. 22***. Determinar la tensión $\bar{T}$ en el alambre y la fuerza $\bar{C}$ ejercida por la barra.

Hacemos el diagrama de cuerpos libre con los iguientes datos ***(fig 23)***:

Datos: P = 35 Kg

Incógnitas: C=?, T=?

Podemos considerar como si todas las fuerzas están aplicadas en un punto O y hacer un diagrama de las fuerzas aplicadas en ese punto O. Aplicamos las dos condiciones de equilibrio a ese punto:

$\sum \bar{F}_x = 0 \qquad \sum \bar{F}_y = 0$

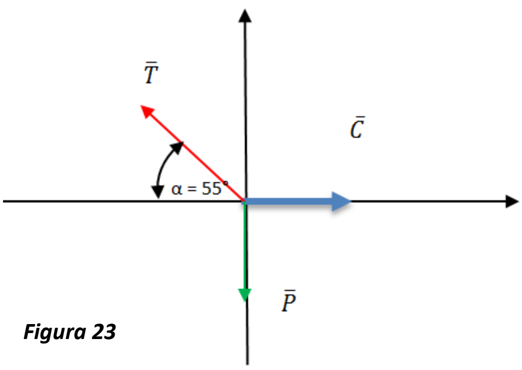


Figura 23

1) $C - T\cos\alpha = 0$

2) $T sen\,\alpha - P = 0$

De 2 despejo $T = \frac{P}{sen\,\alpha} = \frac{35kg}{sen\,55°} = 42{,}7\,kg$

Reemplazando el valor de T en 1:

$C = T\cos\alpha = 42{,}7Kg sen\,55° = 24{,}5Kg.$

Ejemplo 3: Un objeto de 900 Kg de peso comienza a bajar por una pendiente uniforme que tienen 8 metros de alto y 110 metros de largo *(Fig 24)*.Determinar:

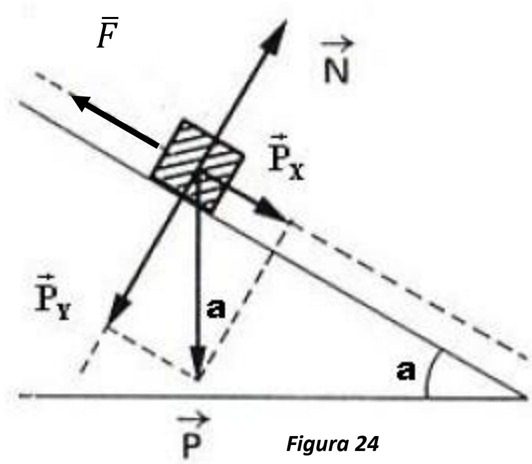


Figura 24

a) ¿Qué fuerza F paralela al plano inclinado se requiere para evitar que el automóvil comience a bajar?

b) ¿Cuánto vale la fuerza normal N?

Datos:

P= 900 Kg

H= 8 m

L= 110 m

Incógnitas:

F=? y N=? y α=?

Primero construimos un croquis de acuerdo al enunciado del ejemplo, tal como el mostrado en la *fig. 24*. Identificamos todas las fuerzas y luego realizamos un diagrama de cuerpos libre como en la *fig 25*.

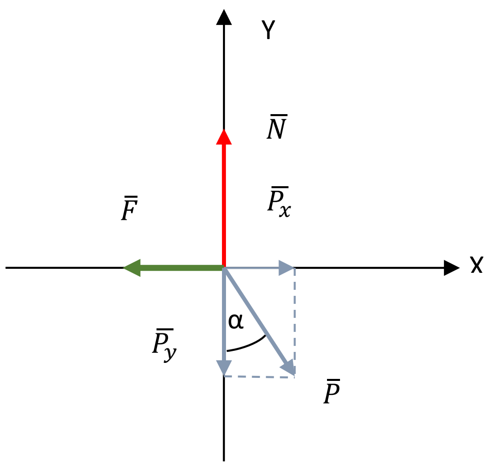


Figura 25

Sobre el objeto podemos considerar aplicada la fuerza peso P = 900 Kg. Esta fuerza peso puede descomponerse en dos direcciones: una paralela al plano inclinado x P y otra perpendicular al plano inclinado y P. Para que haya equilibrio debemos aplicar una fuerza F paralela al plano inclinado en la dirección x, de tal manera que se cumpla la primera condición de equilibrio establecida por la ecuación:

$\sum \bar{F}_x = 0$ 1) $Psen\ \alpha - F = 0$

$\sum \bar{F}_y = 0$ 2) $N - Pcon\ \alpha = 0$

Ahora calculamos el ángulo por trigonometría:

$$\alpha = acosen\frac{h}{l} = arcosen\frac{8m}{110m} = 4{,}17°$$

Reemplazo en ecuaciones y encuentro:

$F = Psen\ \alpha = 900\ kg\ sen\ 4{,}17° = 65{,}45kg$ $\alpha_F = 0°$ se encuentra sobre eje x

$N = Pcon\ \alpha = 900g + kg\cos 4{,}17° = 897{,}62\ kg$ $\alpha_N = 90°$ se encuentra sobre eje y

1-2: Momento de una fuerza. Momento de Varias fuerzas concurrentes. Composición de Varias fuerzas concurrentes aplicadas a un cuerpo rígido.

Momento de una fuerza ó torque: Si empujamos un objeto este se moverá, algunos objetos solo se desplazan sin girar, otros solo giran sin desplazarse y otros giran y se desplazan a la vez.

En todos los ejemplos vistos anteriormente, se han considerado cuerpos sobre los cuales obran fuerzas concurrentes, o fuerzas que actúan sobre un punto. Si la suma de esas fuerzas es cero ($\sum \bar{F}$ = 0), entonces podemos decir que el cuerpo está en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme. ***En cambio, si las fuerzas que actúan sobre el cuerpo no son concurrentes, el cuerpo puede rotar.***

Son ejemplos la puerta cuando la abrimos, cuando apretamos una tuerca, o cuando abrimos una canilla. Esta fuerza que aplicamos es una fuerza de giro que produce un ***"Momento o Torque".***

Entontes si queremos que un cuerpo se traslade le aplicamos una Fuerza y si queremos que el cuerpo gire le aplicamos un Torque que es lo que produce rotación en un cuerpo.

En el caso de una puerta, la bisagra es el punto respecto al que gira y la perilla es donde aplicamos la fuerza para que gire. Ahora con que ángulo aplicamos esta fuerza? En este ejemplo de la puerta, nunca se nos ocurriría tirar el picaporte para un constado, sino que la experiencia nos dice que debemos hacemos una fuerza con un ángulo de 90° respecto a la puerta es lo más efectivo, es decir empujamos o tiramos dependiendo si queremos abrir o cerrar.

Nos queda ahora determinar qué relación existe entre el eje de giro (bisagra) y el punto de contacto de la fuerza (o sea la perilla). Esta distancia se llama brazo de la palanca ***(fig 26).*** La palanca es el vínculo que hay entre la fuerza aplicada y el punto respecto al que gira el cuerpo. Ya notamos que si la fuerza la hacemos a 90°, es el resultado es más efectivo, ahora debemos determinar como influye la distancia entre el eje de giro y el punto de contacto de la fuerza. Esta distancia es el brazo de la palanca.

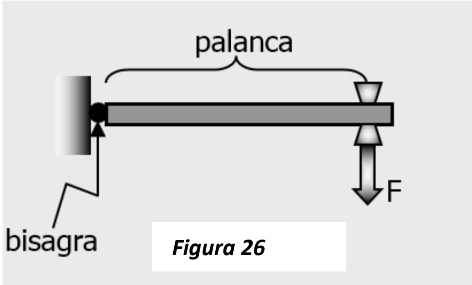


Figura 26

Veamos otro ejemplo: en el caso de la llave que vemos en la ***fig. 27***, aunque la magnitud de la fuerza sea la misma en todos los casos el momento es distinto.

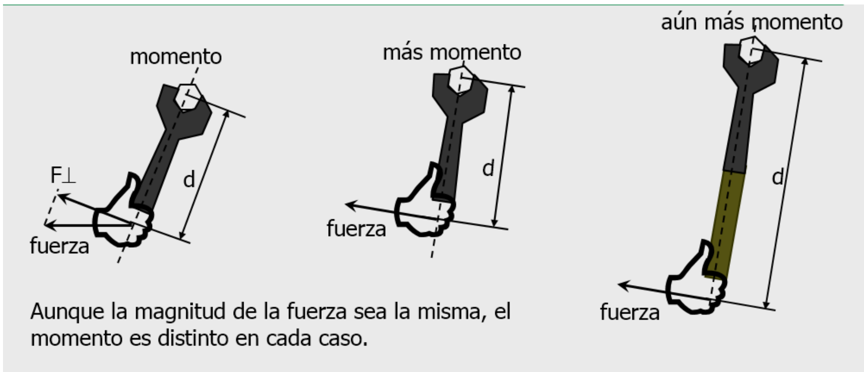


Figura 27

Definición: El momento de una fuerza $\bar{F}$ aplicada en un punto P con respecto de un punto O viene dado por el producto vectorial del vector $\overline{OP}$ por el vector fuerza; esto es: $\tau = \bar{F}x\bar{r}$

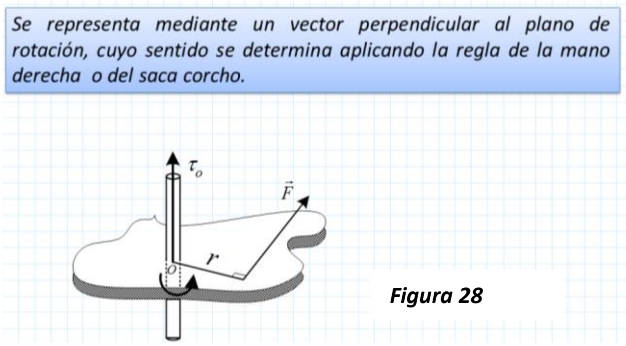


Figura 28

Donde la fuerza y la distancia son perpendiculares entre si y el Momento es un vector perpendicular a ambas (es decir saliente al plano como en la *fig 28*). Por definición de "producto vectorial" es:

$$\boldsymbol{\tau = F.r sen\, \beta}$$

Signo de momento:

De acuerdo al sentido del giro se le asigna un signo:

Se le asigna signo positivo cuando gira en sentido contrario a las agujas del reloj: Se le asigna signo negativo cuando gira en sentido de las agujas del reloj (***fig 29***).

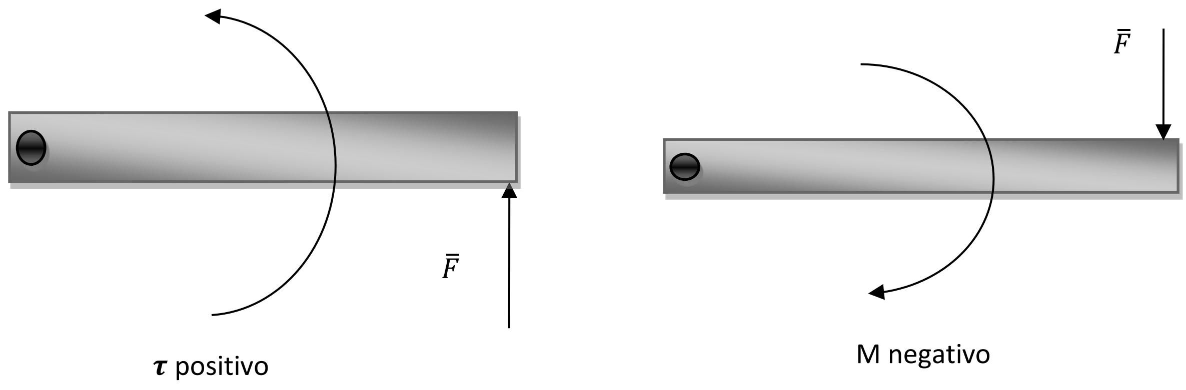


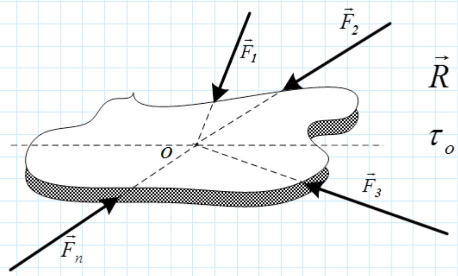
Figura 29

Momento de fuerzas concurrentes y no concurrentes. Teorema de Varignon (para fuerzas concurrentes):

Este teorema se refiere al momento de dos o más fuerzas respecto a un punto, contenido en el plano de la misma y dice:

*"El momento de la fuerza resultante de un conjunto de **fuerzas concurrentes**, con respecto a un punto dado en el plano, es igual a la suma algebraica de los momentos de las fuerzas con respecto al mismo punto"*

El momento resultante de dos o más fuerzas concurrentes a un punto contenido en un plano de la misma, es igual a la suma algebraica de los momentos de las fuerzas concurrentes, con respecto al mismo punto.



$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots\ldots + \vec{F}_n$$

$$\tau_o = \tau_o^{F_1} + \tau_o^{F_2} + \ldots\ldots + \tau_o^{Fn}$$

$$\tau_{0=}\tau_{F1} + \boldsymbol{\tau}_{F2} = \boldsymbol{\tau}_R$$

Momento de fuerzas no concurrentes

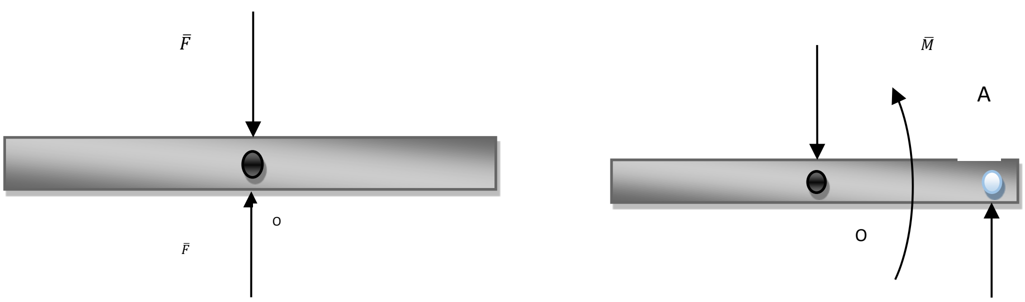


Figura 30

En la primera figura se puede ver una regla en donde se aplican dos fuerzas en el centro de la misma (son concurrentes) por lo tanto queda en equilibrio ya que se cumple la primera condición:$\sum \bar{F} = 0$ En la segunda figura podemos ver que una de las fuerzas se aplica en un punto O y la otra en un punto A, como se puede ver la regla empezara a girar en sentido contrario a las agujas del reloj. Las fuerzas no concurrentes producen una rotación o momento que hacen girar el cuerpo. En este caso el cuerpo no está en equilibrio, ya que está girando, y sin embargo cumple la primera condición de equilibrio $\sum \bar{F} = 0$.

1-4: Equilibrio de un cuerpo rígido: primera y segunda condición de equilibrio del cuerpo. Problemas.-

Equilibrio de un cuerpo. Segunda condición de equilibrio. Las partículas solo tienen movimiento de traslación. Si la resultante de las fuerzas que actúan sobre una partícula es cero, la partícula está moviéndose con velocidad constante o está en reposo; en este último caso se dice que está en equilibrio estático. Un ***cuerpo rígido*** en general tiene movimiento de traslación y de rotación. En este caso, si la resultante tanto de las fuerzas como de los torques que actúan sobre el cuerpo rígido es cero, este no tendrá aceleración lineal ni aceleración angular, y si está en reposo, estará en equilibrio estático.

Para que un cuerpo rígido este en equilibrio estático se deben cumplir dos requisitos simultáneamente, llamados condiciones de equilibrio. La primera condición de equilibrio es la que garantiza el equilibrio de traslación. La **segunda condición de equilibrio**, corresponde al equilibrio de rotación, se enuncia de la siguiente forma: **"la suma vectorial de todos los torques externos que actúan sobre un cuerpo rígido alrededor de cualquier origen es cero"**. Esto se traduce en las siguientes dos ecuaciones, consideradas como las condiciones de equilibrio de un cuerpo rígido:

$$\sum \bar{F} = 0$$

Normalmente usaremos esta ecuacion en forma de componentes:

$$\sum \bar{F}_x = 0.$$
$$\sum \bar{F}_y = 0.$$

$$\sum \bar{M} = 0$$

$$\sum \overline{M_x} = 0$$

$$\sum \overline{M_y} = 0$$

1-3:Composición de fuerzas paralelas.

Supongamos tener una regla de peso despreciable y un metro de longitud, suspendida de su centro. Un bloque de 20 N cuelga de la marca correspondiente a 80 cm. Otro bloque cuyo peso desconocemos equilibra el sistema cuando cuelga en la marca de 10 cm. Cuánto pesa este bloque?

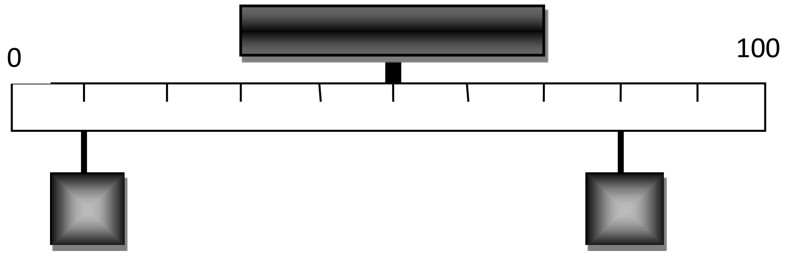


Figura 31

Datos:

P2= 20 N

X_1= 10 cm

X_2 = 50 cm

X_3 = 80 cm

Incógnitas:

T= ? Y P1 =? Por lo tanto tenemos que plantear dos ecuaciones

1) Hacemos diagrama de cuerpos libres:

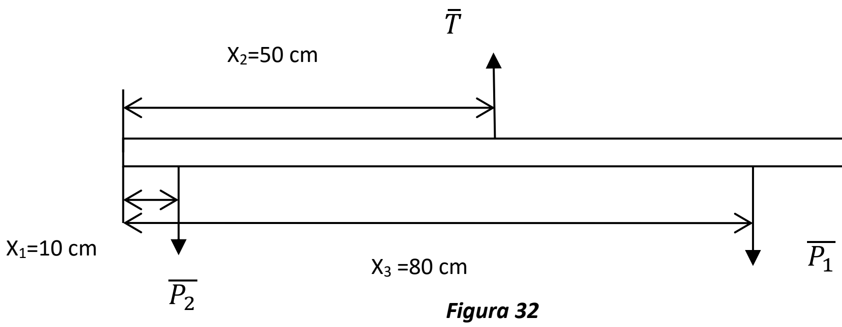


Figura 32

2) Planteamos la primera condición de equilibrio:

$-P_1 + T - P_2 = 0$ ***Ecuación 1*** despejo P_1

$P_1 = T - P_2$ ***Ecuación 2***

3) Planteamos ecuación de momento respecto al punto o:

$M_0 = P_1.X_1 - T.X_2 + P_2.X_3 = 0$ Ecuación 3

Reemplazo ecuación 2 en 3

$(T - P_2).X_1 - T.X_2 + P_2.X_3 = 0$

$TX_1 - P_2X_1 - T.X_2 + P_2.X_3 = 0$ Saco factor común T

$T(X_1 - X_2) - P_2X_1 + P_2.X_3 = 0$

Despejo $T(X_1 - X_2) = P_2X_1 - P_2.X_3$

$$T = \frac{P_2X_1 - P_2.X_3}{(X_1 - X_2)}$$

$$T = \frac{20N(10cm - 80cm)}{(10cm - 50cm)} = 35\ N$$

Ahora calculo P1 con ecuación 2:

$$P_{1=}T - P_2 = 35N - 20N = 15\ N$$

La estrategia siguiente detalla los pasos a seguir. Estudie detenidamente la estrategia, vea como se aplica en los ejemplos y trate de aplicarla al resolver problemas de tarea.

ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Pautas para resolver problemas:

Para aplicar las condiciones de equilibrio, es recomendable seguir las siguientes instrucciones, que corresponde a dibujar el Diagrama de Cuerpo Libre del cuerpo rígido:

a) Aislar al cuerpo rígido del sistema con un límite imaginario.

b) Dibujar los vectores que representen las fuerzas en el punto de aplicación donde las fuerzas efectivamente actúan.

c) Elegir un sistema de coordenadas conveniente para descomponer las fuerzas, donde dibujar la componente perpendicular a la posición.

d) Elegir un eje de rotación O adecuado en el cuerpo rígido, donde se anulen los torques de (algunas) fuerzas desconocidas

Ejemplo : un anuncio metálico de peso W=100 N de una tienda, cuelga de un extremo de una varilla horizontal de longitud L=1,2m y peso despreciable. La varilla se sostiene mediante un cable que forma un ángulo α=30° con la horizontal y tiene una articulación en el punto P. Calcular la tensión del cable y las componentes de la fuerza que la articulación ejerce sobre la varilla en punto P.

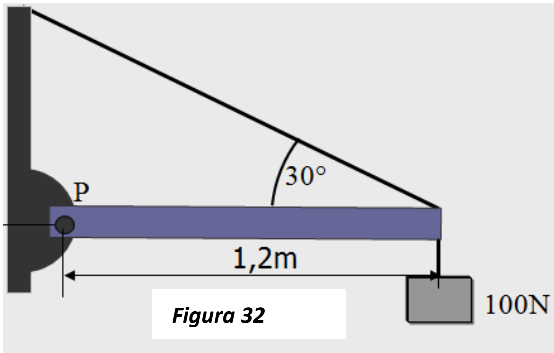


Figura 32

1) Hacemos diagrama de cuerpos libres como en ***fig 33:***
2) Escribo datos e incógnitas:

Datos:	incógnitas:
W=100 N	T=?
α=30°	RV=?
L=1,2m	RH=?

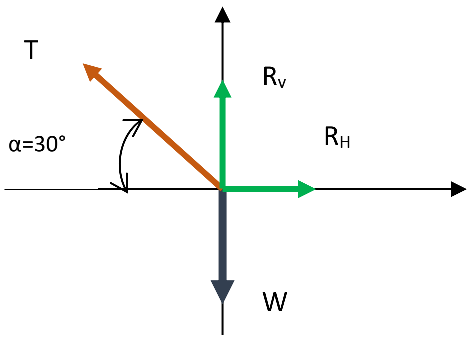


Figura 33

3) Plateo las ecuaciones de la Primera condición de equilibrio:

(i) $\sum \overline{F_x} = 0 \qquad \sum \overline{F_y} = 0$

$1) R_H - Tcos\alpha = 0$

$2) R_V + Tsen\,\alpha - W = 0$

Planteo las ecuaciones de Momento:

$\sum \overline{M_x} = 0 \qquad \sum \overline{M_y} = 0$

Elijo el punto P para poder anular las RH y Rv:

3) -W.L.sen β + T.L.sen α=0

Despejo:

$$T = \frac{W.\cancel{L}.sen\,\beta}{\cancel{L}sen\,\alpha} = \frac{100Nsen\,90°}{sen\,30°} = 200N$$

De 2) $R_V = W - Tsen\,\alpha = 100N - 200Nsen30° = 0$

De 1) $R_H = Tcos\alpha = 100Ncos\,30 = 86{,}60N$