



Unidad 2

Cinemática de la partícula.

CINEMÁTICA: la cinemática es una parte de la mecánica que se ocupa de la descripción del movimiento. Es aquella ciencia que estudia el movimiento en sí mismo, es decir, *no atiende la causa que lo produce*.

Nos concentramos en el tipo de movimiento más simple: un cuerpo que viaja en línea recta (**Movimiento Rectilíneo**). Para describir este movimiento, introducimos las cantidades físicas **velocidad** y **aceleración**, las cuales en física tienen definiciones sencillas; aunque son más precisas y algo distintas de las empleadas en el lenguaje cotidiano.

Un aspecto importante de las definiciones de velocidad y aceleración en física es que tales cantidades **son vectores**. Como vimos en la unidad 1, esto significa que tienen tanto magnitud como dirección. Veremos ecuaciones sencillas para describir el movimiento rectilíneo en el caso en que la velocidad es constante y la *aceleración es constante*.

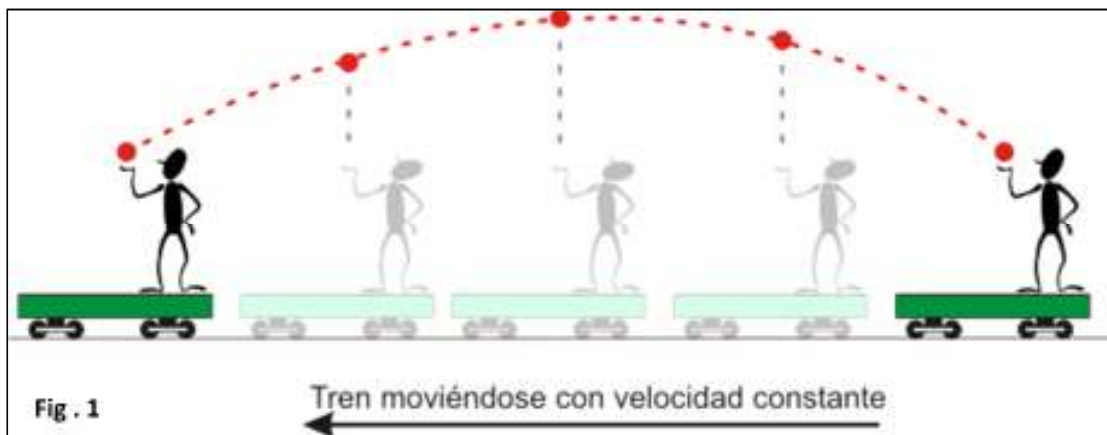
Al referirnos al movimiento de cualquier cuerpo, lo haremos designándolo como partícula y esto implica que la partícula o cuerpo de nuestro estudio cumple con las siguientes condiciones:

- ✓ *La partícula es un cuerpo pequeño con respecto a las dimensiones que rodean el fenómeno observado, de esta manera puede despreciarse toda posibilidad de rotación y vibración que tenga el cuerpo,*
- ✓ *una partícula es un cuerpo que solo tiene movimiento de traslación.*

Sistema de referencia¹: para poder describir el movimiento de un cuerpo debemos tomar un sistema de referencia respecto del cual se toma el movimiento, debemos reconocer que el movimiento o el reposo son conceptos relativos, es decir dependen del cuerpo que se considere y del sistema de referencia del cual se refiere el movimiento. Es el punto donde se coloca un **observador** y desde donde el cual realiza las mediciones de posición y tiempo. Un sistema de referencia es representado por unos ejes de coordenadas localizados en un punto y cuya elección es totalmente arbitraria.

¹ El término *sistema de referencia* se acuñó en el siglo XIX, pero tiene su origen mucho antes, en el modelo heliocéntrico de **Copérnico**. Este modelo situaba el Sol en el centro del universo, pero además ponía de manifiesto que el movimiento de los cuerpos podía describirse desde diferentes puntos de vista.

Un ejemplo de este hecho lo constituye el lanzamiento de una pelota desde un tren que se mueve con velocidad constante (ver **Fig 1**). Desde el punto de vista del **observador** que lanza la pelota, ésta describe un movimiento vertical. Desde el punto de vista de un **observador** situado en el suelo, la pelota describe un movimiento parabólico porque su velocidad posee una componente horizontal (la velocidad del tren). En ambos casos, la pelota cae en la mano del chico que la lanzó.



Otro ejemplo, suponga que mientras usted viaja en un tren a $80 \frac{km}{h}$, ve a una persona que camina por el pasillo hacia el frente del tren con rapidez, digamos, de $5 \frac{km}{h}$ (figura 2), que es la rapidez de la persona con respecto al tren como marco de referencia. Sin embargo, con respecto al suelo, esa persona se mueve con una rapidez de $80 \frac{km}{h} + 5 \frac{km}{h} = 85 \frac{km}{h}$. Siempre es importante especificar el marco de referencia al indicar una rapidez. En la vida diaria, por lo general al hablar de una rapidez implícitamente queremos decir “con respecto a la Tierra”, pero el marco de referencia debe especificarse siempre que pueda haber confusiones.



Fig. 2 Una persona camina hacia el frente de un tren a 5 km/h . El tren se mueve a 80 km/h con respecto al suelo, por lo que la rapidez de la persona, relativa al suelo, es de 85 km/h .

2-1: vector velocidad media e instantánea. Movimiento rectilíneo uniforme:

Desplazamiento, tiempo y velocidad media

El aspecto más evidente del movimiento de un objeto es qué tan rápido se mueve, es decir, su rapidez o velocidad.

El término “rapidez” se refiere a qué tan lejos viaja un objeto en un intervalo de tiempo dado, independientemente de la dirección y el sentido del movimiento. Si un automóvil recorre 240 kilómetros (km) en 3 horas (h), decimos que su rapidez promedio fue de 80 km/h. En general, la rapidez promedio de un objeto se define como la distancia total recorrida a lo largo de su trayectoria, dividida entre el tiempo que le toma recorrer esa trayectoria:

$$\text{rapidez promedio} = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

Los términos “**velocidad**” y “**rapidez**” a menudo se utilizan indistintamente en el lenguaje cotidiano. Sin embargo, en física hacemos una distinción entre ambos. **La rapidez** es simplemente un número positivo con unidades. Por otro lado, el término **velocidad** se usa para indicar tanto la magnitud (es decir, el valor numérico) de qué tan rápido se mueve un objeto, como la dirección en la que se mueve. (Por lo tanto, la velocidad es un vector). Existe una segunda diferencia entre rapidez y velocidad; a saber, la velocidad promedio se define en términos del **desplazamiento**, en vez de la **distancia total recorrida**:

$$\text{velocidad promedio} = \frac{\text{desplazamiento}}{\text{tiempo transcurrido}} = \frac{\text{posicion final} - \text{posicion inicial}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

Suponga que una piloto de autos conduce su vehículo por una pista recta como en la **figura 3**. Para estudiar su movimiento, necesitamos un sistema de coordenadas. Elegimos que el eje x vaya a lo largo de la trayectoria recta del auto, con el origen O en la línea de salida. También elegimos un punto en el auto, digamos su extremo delantero, y representamos todo el vehículo con ese punto y lo tratamos como **una partícula**.

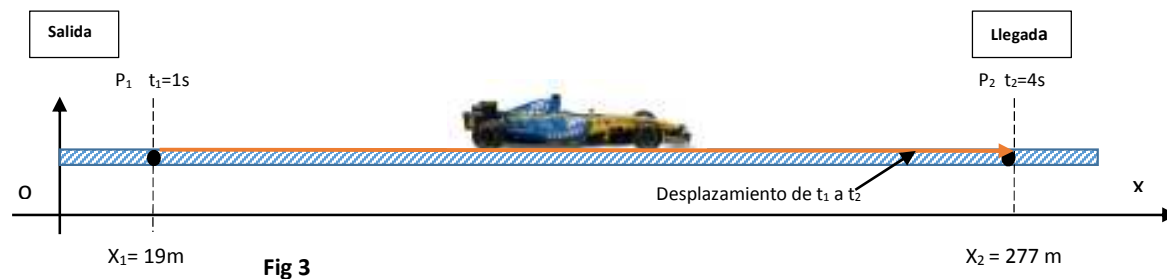


Fig 3

Una forma útil de describir el movimiento de la partícula, es indicar el punto que representa el automóvil en términos del cambio en su coordenada x durante un intervalo de tiempo.

Suponga que 1 segundo después del arranque el frente del vehículo está en el punto P_1 , a 19 m del origen, y que 4 segundos después del arranque está en el punto P_2 , a 277 m del origen. El **desplazamiento** de la partícula es un vector que apunta de P_1 a P_2 . La **figura 3** muestra que este vector apunta a lo largo del eje x. La componente x del desplazamiento es simplemente el cambio en el valor de x, $(277 \text{ m} - 19 \text{ m}) = 258 \text{ m}$, que hubo en un lapso de $(4 \text{ seg} - 1 \text{ seg}) = 3 \text{ s}$.

Definimos la **velocidad media** del auto durante este intervalo de tiempo como una cantidad vectorial, cuya componente x es el cambio en x dividido el intervalo de tiempo.

Generalicemos el concepto de velocidad media. En el tiempo t_1 el auto está en el punto P_1 , con la coordenada x_1 , y en el tiempo t_2 está en el punto P_2 con la coordenada x_2 . El desplazamiento del auto en el intervalo de t_1 a t_2 es el vector de P_1 a P_2 . La componente x del desplazamiento, denotada con Δx , es el cambio en la coordenada x:

$$\Delta x = x_2 - x_1 \quad \text{Ecuación 1}$$

La componente x de la velocidad promedio, o velocidad media, es la componente x del desplazamiento, Δx dividida entre el intervalo de tiempo Δt en el que ocurre el desplazamiento. Usamos el símbolo $v_{\text{med-x}}$ para representar velocidad media (el subíndice “med” indica que se trata de un valor promedio y el subíndice x indica que esta es la componente x):

$$\bar{v}_{\text{media}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad \text{Ecuación 2}$$

De la definición anterior podemos hacer las siguientes observaciones:

1. El vector $\bar{v}$ tendrá la dirección de Δx y su módulo se obtendrá de dividir $\frac{\Delta x}{\Delta t}$
2. Las unidades de $\bar{v}$ son $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ y $\frac{\text{km}}{\text{h}}$
3. La velocidad $\bar{v}$ no nos dice nada del posible recorrido intermedio entre P_1 y P_2 , solo tiene en cuenta la distancia de los extremos de ese recorrido.

Para el caso de nuestro auto en la **figura 3**:

$$\bar{v}_{\text{media}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{277 \text{ m} - 19 \text{ m}}{4.0 \text{ s} - 1.0 \text{ s}} = \frac{258 \text{ m}}{3 \text{ s}} = 86 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ejemplo 1: Velocidad promedio de un corredor. La posición de un corredor en función del tiempo se grafica conforme se mueve a lo largo del eje x de un sistema coordenado. Durante un intervalo de tiempo de 3.00 s, la posición del corredor cambia de $x_1 = 50 \text{ m}$ a $x_2 = 30,5 \text{ m}$, como se muestra en la figura. ¿Cuál fue la velocidad promedio del corredor?

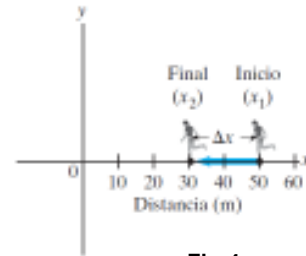


Fig 4

Solución:

Se necesita encontrar la velocidad promedio, que equivale al desplazamiento dividido entre el tiempo transcurrido.

El desplazamiento es:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 30,5 \text{ m} - 50,0 \text{ m} = -19,5 \text{ m}$$

El tiempo transcurrido, o intervalo de tiempo, es:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 3 \text{ seg}$$

Por lo tanto, la velocidad promedio es:

$$\bar{v}_{media} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-19 \text{ m}}{3 \text{ seg}} = -6,50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El desplazamiento y la velocidad promedio son negativos, lo cual nos indica que el corredor se mueve hacia la izquierda a lo largo del eje x, como señala la flecha en la **figura 4**. Así, afirmaremos que la velocidad promedio del corredor es de $6,50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ hacia la izquierda.

Caso particular: Movimiento Rectilíneo Uniforme. MRU

Si se toman diferentes puntos intermedios entre P_1 y P_2 , y se calcular la velocidad media entre esos puntos y los valores obtenidos son **iguales** en todos los casos, entonces decimos que la partícula tiene **movimiento rectilíneo uniforme** ya que recorre espacios iguales en tiempos iguales.

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = cte$$

Donde x_1 es la posición inicial y x_2 la posición final.

$$x_2 - x_1 = \bar{v} (t_2 - t_1)$$

Para $t_1 = 0$

$$x_2 = x_1 + \bar{v} t_2 \quad \text{Ecuación 3}$$

$$x = \bar{v} t \quad \text{Ecuación 4}$$

Esta es la fórmula para obtener el espacio en MRU.

La **figura 5 (a)** es una gráfica de la posición del auto de arrancones en función del tiempo, es decir, una gráfica x-t y **(b)** muestra una gráfica de v-t.

Ejemplo 2:

Un automóvil Porsche Carrera GT viaja en línea recta con una velocidad media de $1.300 \frac{cm}{seg}$ durante 8 seg, y luego con velocidad media de $480 \frac{cm}{seg}$ durante 10 seg, siendo ambas velocidades del mismo sentido.

- ¿cuál es el desplazamiento total en el viaje de 18 s del automóvil Porsche?
- ¿cuál es la velocidad media del automóvil Porsche en su viaje completo?
- Expresar los resultados en cm, m y Km

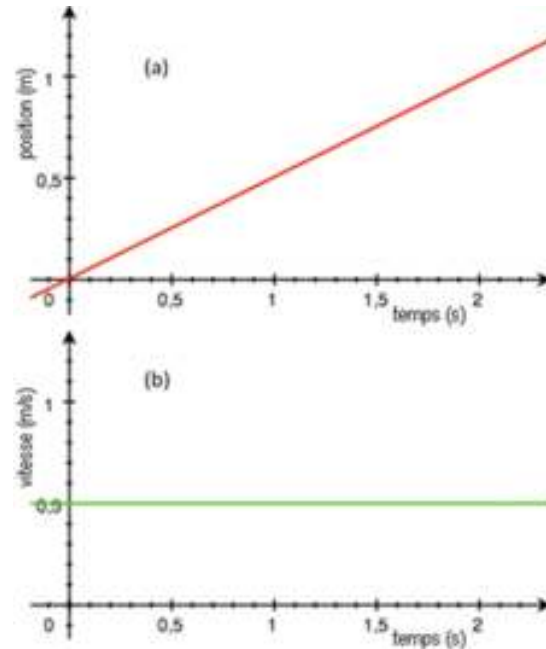


Fig 5

Solución:

Datos

$$v_1 = 480 \frac{cm}{seg}$$

$$v_2 = 480 \frac{cm}{seg}$$

$$t_1 = 8 \text{ seg}$$

$$t_2 = 10 \text{ seg}$$

De Ecuación 4

$$x = \bar{v}t$$

Momento 1	Momento 2
$x_1 = \bar{v}_1 t_1$	$x_2 = \bar{v}_2 t_2$
$x_1 = 1\,300 \frac{cm}{seg} 8 \text{ seg}$	$x_2 = 480 \frac{cm}{seg} 10 \text{ seg}$
$x_1 = 10.400 \text{ cm}$	$x_2 = 4.800 \text{ cm}$
$x_1 = 104 \text{ m}$	$x_2 = 4,8 \text{ m}$
$x_1 = 0,104 \text{ km}$	$x_2 = 0,0048 \text{ km} = 4,8 \times 10^{-3} \text{ km}$

El **desplazamiento total** es:

$$x_t = x_1 + x_2$$

$$X_t = 10400 \text{ cm} + 4800 \text{ cm}$$

$$X_t = 15200 \text{ cm} = 152 \text{ m} = 0,152 \text{ km}$$

Velocidad instantánea

Si usted conduce un automóvil a lo largo de un camino recto de 150 km en 2 h , la magnitud de su velocidad promedio es de $75 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$ sin embargo, es improbable que se haya desplazado precisamente a $75 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$ en cada instante.

Hay ocasiones en que la **velocidad media** es lo único que necesitamos saber acerca del movimiento de una partícula. Sin embargo, la velocidad media de una partícula durante un intervalo de tiempo no nos indica con qué **rapidez**, o en qué dirección, la partícula se estaba moviendo en un **instante dado** del intervalo. Para describir el movimiento con mayor detalle, necesitamos definir la velocidad en cualquier instante específico o punto específico del camino. Esta es la **velocidad instantánea**, y debe definirse con cuidado.

Para describir esta situación, necesitamos el concepto de **velocidad instantánea**, que es la velocidad en cualquier instante de tiempo. Por ejemplo su magnitud es el número, con unidades, que indica un velocímetro, como el de la **figura 5**. Con más precisión, la **velocidad instantánea** en cualquier momento se define como la velocidad promedio durante un intervalo de tiempo infinitesimalmente corto. Es decir, la **ecuación 2** debe ser evaluada en el límite en que Δt tiende a un valor sumamente pequeño, que tiende a cero. La **velocidad instantánea** es el límite de la velocidad media conforme el intervalo de tiempo se acerca a cero:



Fig 5

$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad \text{Ecuación 5}$$

Los términos “**velocidad**” y “**rapidez**” se usan indistintamente en el lenguaje cotidiano; no obstante, en física tienen diferente significado. **Rapidez** denota distancia recorrida dividida entre tiempo, con un régimen medio o instantáneo. Usaremos el símbolo **v** (sin subíndice) para denotar la **rapidez instantánea**, que mide que tan rápido se mueve una partícula; la **velocidad instantánea** mide con qué rapidez y en qué dirección se mueve. Por ejemplo, una partícula con velocidad instantánea $v_x = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ y otra con $v_x = -25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ se mueven en direcciones opuestas con la misma rapidez instantánea de $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. La rapidez instantánea es la magnitud de la velocidad instantánea, así que no puede ser negativa.

2-2: Aceleración media e instantánea. Movimiento uniformemente acelerado. MRUA

Aceleración media movimiento rectilíneo

Se dice que un objeto cuya **velocidad cambia** está sometido a aceleración. Por ejemplo, un automóvil cuya velocidad crece en magnitud de 0 a 80 km/h está acelerando. **La aceleración especifica qué tan rápidamente está cambiando la velocidad del objeto.**

Así como la velocidad describe la tasa de cambio de posición con el tiempo, **la aceleración describe la tasa de cambio de velocidad con el tiempo.** Al igual que la velocidad, la aceleración es una cantidad vectorial. En el movimiento rectilíneo, su única componente distinta de cero está sobre el eje en que ocurre el movimiento. Como veremos, en el movimiento rectilíneo la aceleración puede referirse tanto a **aumentar** la rapidez como a **disminuirla**.

Consideremos otra vez el movimiento de una partícula en el eje x. Suponga que, en el tiempo t_1 , la partícula está en el punto P_1 y tiene una componente x de velocidad (instantánea) v_{1x} , y en un instante posterior t_2 está en P_2 y tiene una componente x de velocidad v_{2x} . Así, la componente x de la velocidad cambia en $\Delta v_x = v_{x2} - v_{x1}$ en el intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$

Definimos la aceleración media de la partícula al moverse de P_1 a P_2 como una cantidad vectorial cuya componente x es $a_{media\ x}$ igual el cambio en la componente x de la velocidad a Δv_x , dividido entre el intervalo de tiempo Δt :

$$a_{media\ x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{x2} - v_{x1}}{t_2 - t_1} \quad \text{Ecuación 6}$$

Si expresamos la velocidad en metros por segundo y el tiempo en segundos, la aceleración media está en metros por segundo por segundo, o bien $\frac{m}{s \cdot s} = \frac{m}{s^2}$. Esto suele escribirse como $\frac{m}{s^2}$ y se lee “metros por segundo al cuadrado”.

CUIDADO Aceleración contra velocidad! No confunda aceleración con velocidad! La velocidad describe el cambio de la posición de un objeto con el tiempo; nos indica con qué rapidez y en qué dirección se mueve el objeto. La aceleración describe cómo cambia la velocidad con el tiempo; es decir, nos dice cómo cambian la rapidez y la dirección del movimiento.

Ejemplo 3: Aceleración promedio. Un automóvil acelera a lo largo de un camino recto, desde el reposo hasta 90 km/h en 5.0 s (**fig 6**). ¿Cuál es la magnitud de su aceleración promedio?

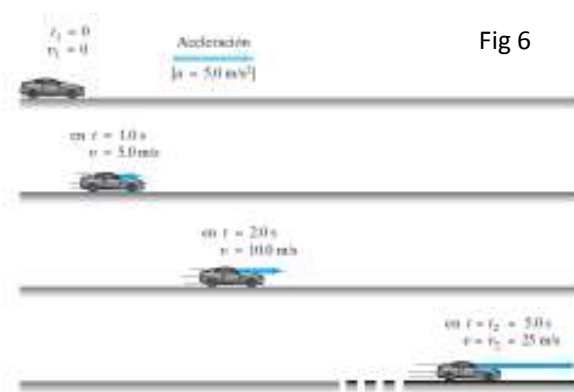


Fig 6

Planteo:

La aceleración promedio es el cambio en la velocidad dividido entre el tiempo transcurrido, 5.0 s.

El automóvil parte del reposo, por lo que la velocidad final es:

$$v_2 = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000\text{m}}{1\text{km}} \cdot \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

SOLUCIÓN De la ecuación 6, la aceleración promedio es:

$$a_{\text{media } x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{x2} - v_{x1}}{t_2 - t_1} = \frac{25 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0}{5\text{s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Esto se lee como “cinco metros por segundo por segundo” y significa que, en promedio, la velocidad cambió $5.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ en cada segundo. Es decir, suponiendo que la aceleración fuera constante, durante el primer segundo la velocidad del automóvil aumentó de cero a $5.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Durante el siguiente segundo su velocidad aumentó otros $5.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, alcanzando una velocidad de $10.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ en $t = 2.0 \text{ s}$, y así sucesivamente.

“Note que la aceleración nos indica que tan rápido cambia la velocidad, mientras que la velocidad nos dice que tan rápido cambia la posición.”

Ejemplo 4: Automóvil que desacelera. Un automóvil se mueve hacia la derecha a lo largo de un camino recto, que llamamos el eje x positivo (figura 7) cuando el conductor aplica los frenos. Si la velocidad inicial (cuando el conductor acciona los frenos) es:

$v_1 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ y toma 5.0 s desacelerar a $v_2 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, ¿cuál fue la aceleración promedio del automóvil?

Planteo. Dada la velocidad inicial, la velocidad final y el tiempo transcurrido, usamos la ecuación 6 para calcular la aceleración promedio a

Solución Se emplea la ecuación 6, tomando el tiempo inicial $t_1 = 0$; el tiempo final $t_2 = 5.0$ s. (Note que elegir $t_1 = 0$ no afecta el cálculo de $\bar{a}$ porque sólo $\Delta t = t_2 - t_1$ aparece en la ecuación 6, entonces:

$$a_{media\ x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{x2} - v_{x1}}{t_2 - t_1} = \frac{5 \frac{m}{s} - 15 \frac{m}{s}}{5s} = -2 \frac{m}{s^2}$$

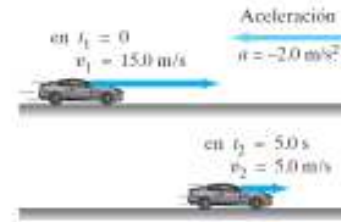


Fig 7

El signo negativo aparece porque la velocidad final es menor que la velocidad inicial. En este caso, el sentido de la aceleración es hacia la izquierda (en el sentido x negativo), aun cuando la velocidad siempre apunta hacia la derecha. Podemos decir que la aceleración es de $2.0 \frac{m}{s^2}$ hacia la izquierda como se muestra en la figura 7.

Desaceleración

Cuando un objeto está frenando, decimos que está desacelerando. Pero cuidado: la desaceleración no implica que la aceleración sea necesariamente negativa. La velocidad de un objeto que se mueve hacia la derecha a lo largo del eje x positivo es positiva; si el objeto está frenando (como en la figura 7), la aceleración es negativa.

Pero el mismo automóvil, moviéndose hacia la izquierda (x decreciente) y frenando, tiene aceleración positiva que señala hacia la derecha, como se indica en la figura 8.

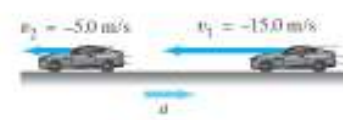


Fig 8

“Tenemos una desaceleración² siempre que la magnitud de la velocidad disminuye, de modo que la velocidad y la aceleración apuntan en sentidos opuestos”

Aceleración instantánea

Ya podemos definir la aceleración instantánea con el mismo procedimiento que seguimos para la velocidad instantánea.



Fig 9

Como ejemplo, suponga que un piloto de carreras acaba de entrar en una recta como se muestra en la figura 9. Para definir la **aceleración instantánea** en P_1 , tomamos el segundo punto P_2 en la figura 9 cada vez más cerca de P_1 , de modo que la aceleración media se calcule en intervalos cada vez más cortos. La **aceleración instantánea** es el límite de la aceleración media conforme el

² **CUIDADO** Desaceleración significa que la magnitud de la velocidad disminuye; **no** significa necesariamente que la aceleración sea negativa

intervalo de tiempo se acerca a cero. En el lenguaje del cálculo, la aceleración instantánea es la tasa instantánea de cambio de la velocidad con el tiempo. Así,

$$a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \quad \text{Ecuación 7}$$

A partir de aquí, al hablar de “aceleración” nos referiremos siempre a la aceleración instantánea, no a la aceleración media.

Movimiento con aceleración constante

El movimiento acelerado más sencillo es el rectilíneo con aceleración constante. En este caso, **la velocidad cambia al mismo ritmo todo el tiempo**. Se trata de una situación muy especial, aun cuando ocurre a menudo en la naturaleza; un cuerpo que cae tiene aceleración constante si los efectos del aire no son importantes. Lo mismo sucede con un cuerpo que se desliza por una pendiente o sobre una superficie horizontal áspera. La figura 10 es un diagrama de movimiento que muestra la posición, velocidad y aceleración de una partícula que se mueve con aceleración constante.

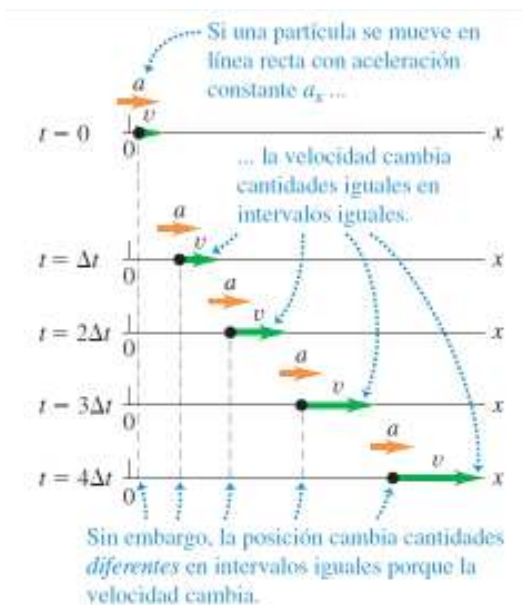


Fig 10

La figuras 11 a b y c representan este movimiento con gráficas. Puesto que la aceleración a_x es constante, la gráfica a_x - t (aceleración contra tiempo) es una línea horizontal. La grafica de velocidad contra tiempo, v_x - t , tiene pendiente constante porque **la aceleración es constante**; por lo tanto, es una línea recta. Cuando la aceleración a_x es constante, la aceleración media a_{med-x} para cualquier intervalo es a_x . Esto vuelve sencillo derivar las ecuaciones para la posición x y la velocidad v_x como funciones del tiempo. Para encontrar una expresión para v_x primero Sustituimos $\bar{a}_{med-x}$ por $\bar{a}_x$ en la ecuación:

$$a_x = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} \quad \text{Ecuación 8}$$

Sean ahora $t_1=0$ y t_2 cualquier instante posterior t . Simbolizamos con v_{0x} la componente x de la velocidad en el instante inicial $t=0$; la componente x de la velocidad en el instante posterior t es v_x . Entonces, la ecuación se convierte en:

$$a_x = \frac{v_x - v_{x0}}{t} \quad \text{Ecuación 9}$$

$$v_x = v_{x0} + a_x t \quad \text{Ecuación 10}$$

La aceleración a_x es la tasa constante de cambio de velocidad, es decir, el cambio en la velocidad por unidad de tiempo. El término $a_x t$ es el producto del cambio en la velocidad por unidad de tiempo, a_x , y el intervalo de tiempo t ; por lo tanto, es el cambio total de la velocidad desde el instante inicial $t=0$ hasta un instante posterior t . La velocidad v_x en cualquier instante t es entonces la velocidad inicial v_{0x} (en $t=0$) más el cambio en la velocidad $a_x t$.

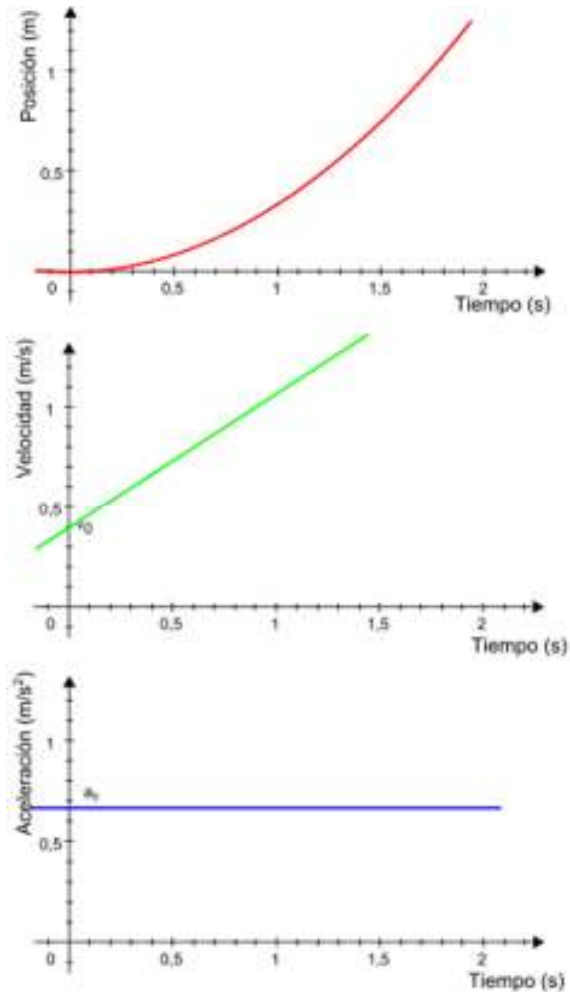


Fig 11

Otras ecuaciones de x , v , t y a en MRUA son:

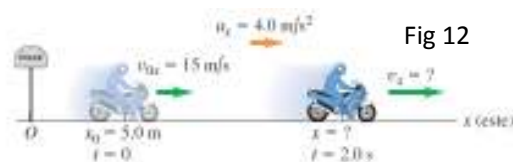
$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}at^2 \quad \text{Ecuación 11}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad \text{Ecuación 12}$$

La **ecuación 11** indica que si, en el instante $t=0$, una partícula está en x_0 y tiene velocidad v_{0x} , su nueva posición x en un t posterior es la suma de tres términos: su posición inicial x_0 , más la distancia $v_{0x}t$ que recorrería si su velocidad fuera constante, y una distancia adicional $\frac{1}{2}at^2$ causada por el cambio de velocidad. Una gráfica de la ecuación siempre es una parábola (**fig. 11 a**).

Ejemplo 5

Un motociclista que viaja al este cruza una pequeña ciudad de Iowa y acelera apenas pasa el letrero que marca el límite de la ciudad (figura 12).



Su aceleración constante es de $4.0 \frac{m}{s^2}$. En $t=0$, está a 5.0 m al este del letrero, moviéndose al este a $15 \frac{m}{s}$.

- Calcule su posición y velocidad en $t = 2.0$ s.
- Donde está el motociclista cuando su velocidad es de $25 \frac{m}{s}$?

SOLUCIÓN

Identificar: El enunciado del problema nos dice que la aceleración es constante, así que podemos usar las ecuaciones para aceleración constante.

Plantear: Tomamos el letrero como origen de coordenadas ($x = 0$) y decidimos que el eje $+x$ apunta al este (figura 12). En $t=0$, la posición inicial es $x_0 = 5.0$ m y la velocidad inicial es $v_{0x} = 15 \frac{m}{s}$. La aceleración constante es $a = 4 \frac{m}{s^2}$.

Las variables desconocidas en el inciso a) son los valores de la posición x y la velocidad v_x en el instante posterior $t=2.0$ s; la incógnita en el inciso b) es el valor de x cuando $v_x = 25 \frac{m}{s}$.

a) Podemos hallar la posición x en $t = 2.0$ s usando la **ecuación 11** que da la posición x en función del tiempo t :

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$x = 5m + 15 \frac{m}{s} 2s + \frac{1}{2} 4 \frac{m}{s^2} 2^2 = 43m$$

Podemos hallar la velocidad v_x en ese instante con la **ecuación 11**, que da la velocidad v_x en función del tiempo t :

$$v_x = v_0 + at$$

$$v_x = 15 \frac{m}{s} + 4 \frac{m}{s^2} 2s = 23 \frac{m}{s}$$

b) Queremos encontrar el valor de x cuando $v_x = 25 \frac{m}{s}$, pero no sabemos el momento en que el motociclista lleva tal velocidad. Por lo tanto, utilizamos la ecuación 12, que incluye x , v_x y a_x pero no incluye t :

$$v^2 = v_0^2 + 2a_x(x - x_0)$$

Despejando x y sustituyendo los valores conocidos, obtenemos:

$$x = x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a_x}$$

$$x = 5m + \frac{\left(25 \frac{m}{s}\right)^2 - \left(15 \frac{m}{s}\right)^2}{2\left(4 \frac{m}{s^2}\right)} = 55m$$

O un método alternativo aunque más largo para la misma respuesta sería usar la ecuación para averiguar primero en que instante $v_x = 25 \frac{m}{s}$:

$$v = v_0 + at$$

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

$$t = \frac{25 \frac{m}{s} - 15 \frac{m}{s}}{4 \frac{m}{s^2}} = 2,5s$$

Dado el tiempo t , podemos calcular x usando la ecuación:

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$x = 5m + 15 \frac{m}{s} 2,5s + \frac{1}{2} 4 \frac{m}{s^2} (2,5s)^2 = 55m$$

2-3: Movimiento de caída de los cuerpos.

El ejemplo más conocido de movimiento con aceleración (casi) constante es la caída de un cuerpo bajo la influencia de la atracción gravitacional de la Tierra .

En el siglo IV a.C., Aristóteles pensaba (erróneamente) que los objetos pesados caían con mayor rapidez que los ligeros, en proporción a su peso. Diecinueve siglos después, Galileo afirmó que los cuerpos caían con una aceleración constante e independiente de su peso.

Los experimentos muestran que si puede omitirse el efecto del aire, Galileo está en lo cierto: ***todos los cuerpos en un lugar específico caen con la misma aceleración hacia abajo, sea cual fuere su tamaño o peso.*** Si además la distancia de caída es pequeña en comparación con el radio terrestre, y si ignoramos los pequeños efectos debidos a la rotación de la Tierra, la **aceleración es constante**. El modelo idealizado que surge de tales supuestos se denomina caída libre, aunque también incluye el movimiento ascendente.

La figura es una fotografía de una pelota que cae tomada con una lámpara Estroboscópica que produce una serie de destellos intensos a intervalos iguales. En cada destello, la película registra la posición de la pelota. Como los intervalos entre destellos son iguales, la velocidad media de la pelota entre dos destellos es proporcional a la distancia entre las imágenes correspondientes en la fotografía.

El aumento en las distancias muestra que la velocidad cambia continuamente: la pelota acelera hacia abajo. Al medir cuidadosamente constatamos que **el cambio de velocidad** es el mismo en cada intervalo, así que la aceleración de la pelota en caída libre es constante. La aceleración constante de un cuerpo en caída libre se llama aceleración debida a la **gravedad**, y denotamos su magnitud con la letra g . Por lo regular, usaremos el valor aproximado de g cerca de la superficie terrestre:

$$g = 9,8 \frac{m}{s^2} = 980 \frac{cm}{s^2}$$

El valor exacto varía según el lugar, así que normalmente solo lo daremos con dos cifras significativas. Dado que g es la magnitud de una cantidad vectorial, siempre es positiva. En la superficie de la Luna, la aceleración debida a la gravedad se debe a la fuerza de atracción de la Luna, no de la Tierra, y $g = 1,6 \frac{m}{s^2}$. Cerca de la superficie del Sol $g = 270 \frac{m}{s^2}$.



Fig 13

En los ejemplos que siguen usamos las ecuaciones para aceleración constante que dedujimos para MRUA:

$$v = v_0 + gt \quad \text{Ecuación 14}$$

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{Ecuación 15}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2g(y - y_0) \quad \text{Ecuación 16}$$

Ejemplo 6: Imagine que usted lanza una pelota verticalmente hacia arriba desde la azotea de un edificio. La pelota sale de la mano, en un punto a la altura del barandal de la azotea, con rapidez ascendente de $15.0 \frac{m}{s}$, quedando luego en caída libre. Al bajar, la pelota libra apenas el barandal. En este lugar, $g=9.8 \frac{m}{s^2}$. Obtenga

a) la posición y velocidad de la pelota 1.00 s y 4.00 s después de soltarla;

b) la velocidad cuando la pelota está 5.00 m sobre el barandal; c) la altura

máxima alcanzada y el instante en que se alcanza; y d) la aceleración de la pelota en su altura máxima.

Plantear: En la figura 14 (que también es un diagrama de movimiento para la pelota), la trayectoria descendente se muestra desplazada un poco a la derecha de su posición real por claridad. Sea el origen el barandal, donde la pelota sale de la mano, y sea la dirección positiva hacia arriba. La posición inicial y_0 es cero, la velocidad inicial v_{0y} es $15.0 \frac{m}{s}$ y la aceleración es:

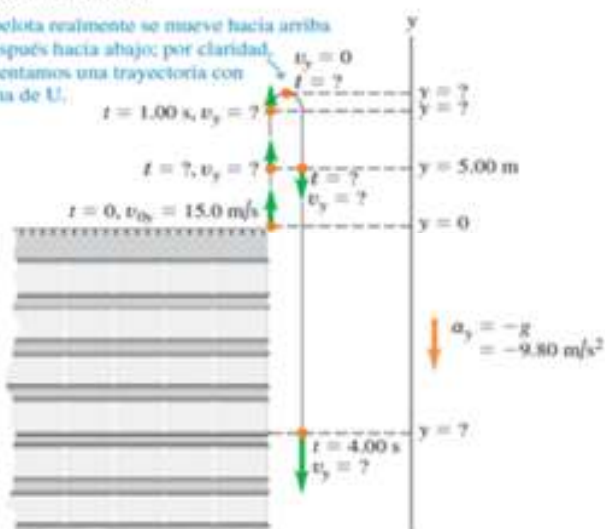
$$a_y = -g = -9.80 \frac{m}{s^2}.$$

Usaremos otra vez las ecuaciones anteriores para calcular la posición y la velocidad, respectivamente, en función del tiempo. En el inciso b), nos piden hallar la velocidad en cierta posición, no en cierto tiempo, así que nos convendrá usar la ecuación 13 en esa parte.

a) La posición y y la velocidad v_y , en cualquier instante t una vez que se suelta la pelota están dadas por las ecuaciones 14, 15 y 16 :

Fig 14 Posición y velocidad de una pelota que se lanza verticalmente hacia arriba.

La pelota realmente se mueve hacia arriba y después hacia abajo; por claridad, presentamos una trayectoria con forma de U.



$$v_y = v_{0y} + gt \quad \text{Ecuación 14}$$

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{Ecuación 15}$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2g(y - y_0) \quad \text{Ecuación 16}$$

Entonces:

$$y = 0 + 15 \frac{m}{s} t + \frac{1}{2} \left(-9,8 \frac{m}{s^2} \right) t^2$$

$$v_y = 15 \frac{m}{s} + \left(-9,8 \frac{m}{s^2} \right) t$$

Para $t=1s$ $y= 10,1m$ $v_y= 5,2 \frac{m}{s}$

Para $t=4s$ $y= -18,8m$ $v_y= -24,2 \frac{m}{s}$

La pelota paso su punto más alto y esta 18.4 m **debajo del origen** (y es negativa); tiene velocidad hacia abajo (v_y es negativa) de magnitud $-24,2 \frac{m}{s}$. Conforme sube, la pelota pierde rapidez, luego la gana al descender; se mueve a la rapidez inicial de $15 \frac{m}{s}$ cuando pasa hacia abajo por su punto de lanzamiento (el origen) y continua ganando rapidez conforme descende por debajo de este punto.

b) La velocidad v_y en cualquier posición y está dada por la ecuación 16:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2g(y - y_0)$$

$$v_y^2 = \left(15 \frac{m}{s} \right)^2 + 2 \left(-9,8 \frac{m}{s^2} \right) (5m - 0)$$

$$v_y = \sqrt{\left(15 \frac{m}{s} \right)^2 + 2 \left(-9,8 \frac{m}{s^2} \right) (5m - 0)} = \pm 11,3m$$

Obtenemos dos valores de v_y , pues la pelota pasa dos veces por el punto $y = +5.00 m$ como se ve en la figura 14, una subiendo con v_y positiva y otra bajando con v_y negativa.

c) En el instante en que la pelota llega al punto más alto, esta momentáneamente en reposo y $v_y = 0$. La altura máxima y_1 puede obtenerse de **dos formas**. La primera es usar la ecuación 16 y sustituir

$v_y = 0$, $y_0 = 0$ y $a_y = -g$:

$$0 = v_{0y}^2 + 2(-g)(y_1 - 0)$$

$$y_1 = \frac{v_{0y}^2}{2(-g)} = \frac{\left(15 \frac{m}{s}\right)^2}{2\left(-9,8 \frac{m}{s^2}\right)} = 11,5m$$

La segunda consiste en calcular el instante en que $v_y = 0$ usando la ecuación 14, $v_y = v_{0y} + gt$, y sustituir este valor de t en la ecuación 15 para obtener la posición en ese instante. El instante t_1 en que la pelota llega al punto más alto es:

$$0 = v_{0y} + gt_1$$

$$t_1 = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{15 \frac{m}{s}}{9,8 \frac{m}{s^2}} = 1,53s$$

Sustituyendo este valor de t en la ecuación 15 obtenemos:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = 0 + 15 \frac{m}{s} (1,53s) + \frac{1}{2}\left(9,8 \frac{m}{s^2}\right) (1,53s)^2 = 11,5m$$

d) CUIDADO !!Un error acerca de la caída libre Es un error común pensar que en el punto más alto del movimiento en caída libre la velocidad es cero y la aceleración es cero. Si fuera así la pelota quedaría suspendida en el punto más alto en el aire para siempre!!!

Recuerde que la aceleración es la tasa de cambio de la velocidad. Si la aceleración fuera cero en el punto más alto, la velocidad de la pelota ya no cambiaría y, al estar instantáneamente en reposo, permanecería en reposo eternamente.

Nombre de archivo: Unidad 2 Cinemática de la partícula.docx
Directorio: C:\Users\Marcela\Documents
Plantilla: C:\Users\Marcela\AppData\Roaming\Microsoft\Plantillas\Normal.
dotm
Título:
Asunto:
Autor: Marcela Ines
Palabras clave:
Comentarios:
Fecha de creación: 13/07/2015 08:49:00 a.m.
Cambio número: 43
Guardado el: 08/09/2015 06:50:00 p.m.
Guardado por: Marcela Ines
Tiempo de edición: 3.633 minutos
Impreso el: 08/09/2015 06:58:00 p.m.
Última impresión completa
Número de páginas: 18
Número de palabras: 4.660 (aprox.)
Número de caracteres: 25.633 (aprox.)