



Unidad 5.

Trabajo y Energía.

En esta unidad explicaremos el concepto muy importante de **energía** y al concepto íntimamente asociado de **trabajo**. Estas dos cantidades son escalares, y por consiguiente, no tienen una dirección asociada a ellas, lo cual las hace más fácil de tratar que a las cantidades vectoriales como la aceleración y la fuerza.

La importancia del concepto de energía surge del **principio de conservación de la energía**: la energía es una cantidad que se puede convertir de una forma a otra, pero no puede crearse ni destruirse. En un *motor de automóvil*, la *energía química almacenada en el combustible* se convierte parcialmente en la energía del movimiento del auto, y parcialmente en energía térmica. En un horno de microondas, la *energía electromagnética* obtenida de la compañía de electricidad se convierte en energía térmica en el alimento cocido. En éstos y todos los demás procesos, la energía total es la suma de toda la energía presente en diferentes formas, no cambia. Todavía no se ha hallado ninguna excepción.

En esta unidad, no obstante, nos concentraremos en la **Energía mecánica**. Conoceremos una importante forma de energía, **la Energía Cinética** o la energía de movimiento, y su relación con el concepto de **Trabajo**. También consideraremos la potencia, que es la rapidez con que se realiza trabajo.

5-1: Trabajo de una fuerza constante, definición, unidades, Trabajo de una fuerza variable. Trabajo de una fuerza en el plano.

La palabra **trabajo** tiene diversos significados en el lenguaje cotidiano. Seguramente usted estará de acuerdo en que cuesta trabajo **mover** un sofá pesado, **levantar** una pila de libros del piso hasta colocarla en un estante alto, o **empujar** un automóvil averiado para retirarlo de la carretera. Todos estos ejemplos concuerdan con el significado cotidiano de trabajo: cualquier actividad que requiere esfuerzo muscular o mental. En **física** el trabajo tiene una definición mucho más precisa, se usa la palabra **trabajo** para describir lo que se logra cuando una fuerza actúa sobre un objeto, y éste se mueve a lo largo de cierta distancia. Por ahora consideraremos sólo el movimiento traslacional y, a menos que se indique otra cuestión, los objetos se **supondrán rígidos**, sin ningún movimiento interno y pueden tratarse como **partículas**. Entonces: **El trabajo realizado sobre un objeto por una**

fuerza constante (en magnitud y dirección) se define como el producto de la magnitud del desplazamiento del objeto multiplicado por la componente de la fuerza paralela al desplazamiento. En forma de ecuación, podemos escribir:

$$W = F_{\parallel} d \quad \text{Ecuación 1}$$

Donde:

$F_{\parallel}$ es la componente de la fuerza constante $\vec{F}$ paralela al desplazamiento $\vec{d}$. Podemos también escribir:

$$w = F \cdot d \cos \theta \quad \text{Ecuación 2}$$

Donde:

F es la magnitud de la fuerza constante

d es la magnitud del desplazamiento del objeto

θ es el ángulo entre los vectores **fuerza** y **desplazamiento** cola con cola.



Fig. 1

El trabajo es una cantidad escalar, ya que sólo tiene magnitud, aunque puede ser positivo o negativo.

Consideremos primero el caso en que *el movimiento y la fuerza tienen la misma dirección y sentido (fig 2)*, por lo que $\theta=0$ y $\cos \theta=1$ entonces $w = Fd$.

Por ejemplo si usted empuja un carrito de supermercado cargado una distancia de 50 m, ejerciendo una fuerza horizontal de 30 N sobre el carrito, usted efectúa $30\text{N} \times 50\text{m} = 1500 \text{ Nm}$ de trabajo sobre él. Como muestra este ejemplo, en unidades SI el

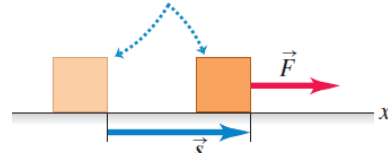
trabajo se mide en newton por metro (Nm). A esta unidad se le da el nombre especial de **joule (J)**:

$1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$. En el sistema CGS, la unidad de trabajo se llama **erg** y se define como $1 \text{ erg} = 1 \text{ Dina.cm}$.

Una fuerza puede ser ejercida sobre un objeto y, sin embargo, no efectuar trabajo. Por ejemplo, si sostiene en las manos una pesada bolsa de comestibles en reposo, usted no efectúa trabajo sobre ella. Usted ejerce una fuerza, pero el desplazamiento de la bolsa es cero, por lo que el trabajo efectuado por usted sobre la bolsa es $W = 0$. *Se necesita tanto fuerza como desplazamiento para realizar trabajo.* Tampoco realiza trabajo sobre la bolsa de comestibles si la carga al caminar horizontalmente a lo largo del piso a velocidad constante, como se muestra en la **figura 3**. No se

El trabajo realizado por una fuerza constante que actúa en la misma dirección que el desplazamiento.

Si un cuerpo se mueve con un desplazamiento $\vec{s}$ mientras una fuerza constante $\vec{F}$ actúa sobre él en la misma dirección ...



... el trabajo realizado por la fuerza sobre el cuerpo es $W = Fs$. **Fig. 2**

requiere ninguna fuerza horizontal para mover la bolsa a velocidad constante. No obstante, la persona de la figura ejerce una fuerza hacia arriba sobre el paquete igual a su peso. Pero esta fuerza hacia arriba es perpendicular al movimiento horizontal de la bolsa y, por lo tanto, no efectúa trabajo. A esta conclusión se llega a partir de nuestra definición de trabajo $W=0$ porque $\theta=90^\circ$ y $\cos 90^\circ=0$. Entonces, cuando una fuerza específica es perpendicular al desplazamiento, la fuerza no realiza ningún trabajo. Cuando usted empieza a caminar o se detiene, hay una aceleración horizontal y usted ejerce brevemente una fuerza horizontal que sí realiza trabajo sobre la bolsa.

Fig 3

En este caso, la persona no efectúa trabajo sobre la bolsa de comestibles, ya que $\vec{F}_p$ es perpendicular al desplazamiento $\vec{d}$.

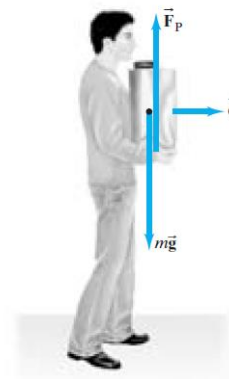
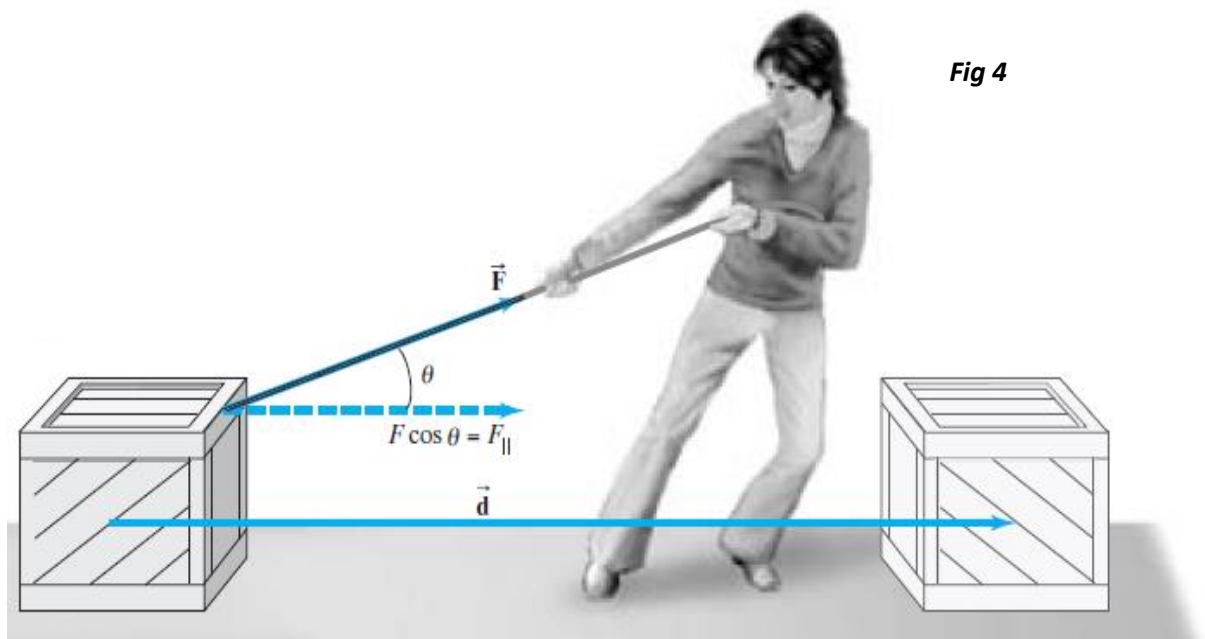


Fig 4



Si una persona tira una caja a lo largo del piso. El trabajo hecho por la fuerza es:

$$w = F \cdot d \cos \theta$$

Unidades de trabajo

Sistema MKS:

$$\text{Newton} \cdot \text{metro} = \text{Joule} \quad [J = N \cdot m]$$

Un Joule es el trabajo efectuado por una fuerza de un Newton al desplazarse un metro en su propia dirección. Se representa por J.

Sistema CGS:

$$\text{Dina} \cdot \text{centímetro} = \text{Ergio} \quad [\text{Erg} = \text{dyn} \cdot \text{cm}]$$

Ergio es el trabajo efectuado por una fuerza de una dina al desplazarse un centímetro en su propia dirección.

Sistema técnico

La unidad de trabajo en el sistema técnico se denomina «**kilogrametro**». Kilogrametro es el trabajo efectuado por una fuerza de un kilogramo-fuerza al desplazarse un metro en su propia dirección.

Se representa por kgm.

$$\text{kilogramo-fuerza} \cdot \text{metro} = \text{Kilogrametro} \quad [\text{kgm} = \text{kgf} \cdot \text{m}]$$

Equivalencia entre las unidades: La equivalencia entre las tres unidades de trabajo se puede obtener fácilmente, sin más que considerar la relación existente entre las correspondientes unidades de fuerza y longitud. Así:

$$1 J = 1 N \cdot 1 m = 105 \text{ dyn} \cdot 102 \text{ cm} = 107 \text{ dyn} \cdot \text{cm} = 107 \text{ erg}$$

$$1 J = 107 \text{ erg}$$

$$1 \text{ kgm} = 1 \text{ kgf} \cdot 1 m = 9,8 N \cdot 1 m = 9,8 N \cdot m = 9,8 J$$

$$1 \text{ kgm} = 9,8 J$$

$$1 \text{ kgm} = 9,8 \cdot 107 \text{ erg}$$

Ejemplo 1: Trabajo efectuado sobre un cajón. Una persona jala un cajón de 50 kg, 40 m a lo largo de un piso horizontal con una fuerza constante $F_p = 100 \text{ N}$, que actúa a un ángulo de 37° como se muestra en la figura 5. El piso es liso y no ejerce ninguna fuerza de fricción. Determine

a) el trabajo efectuado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el cajón

b) el trabajo neto efectuado sobre el cajón

PLANTEAMIENTO Elegimos nuestro sistema coordenado de manera que sea el vector que representa el desplazamiento de 40 m (es decir, a lo largo del eje x). Hay tres fuerzas que actúan

sobre el cajón, como se muestra en la figura 3: la fuerza ejercida por la persona F_p , la fuerza gravitacional ejercida por la Tierra mg , y la fuerza normal ejercida hacia arriba por el piso F_N . La

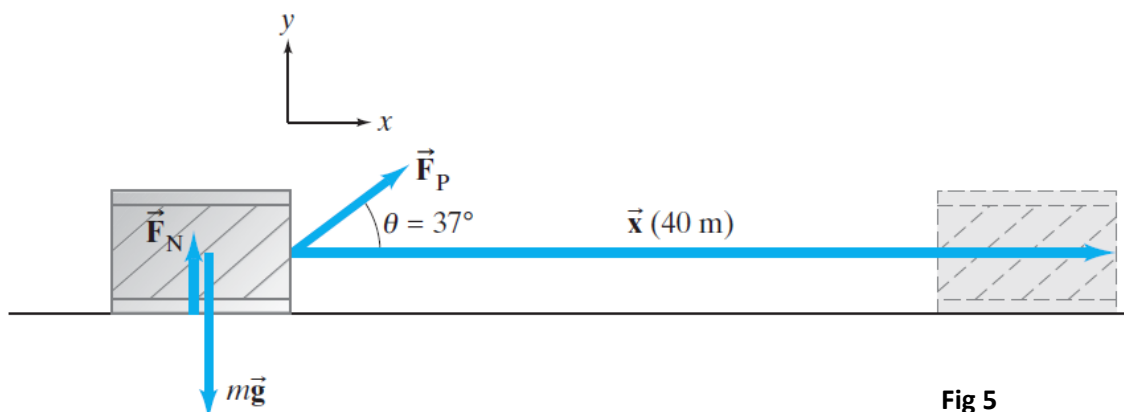


Fig 5

fuerza neta sobre el cajón es la suma vectorial de estas tres fuerzas.

SOLUCIÓN a) El trabajo efectuado por las fuerzas gravitacional y normal es cero, ya que estas fuerzas son perpendiculares al desplazamiento x :

$$W_g = mg \cdot x \cdot \cos 90^\circ = 0$$

$$W_N = F_N \cdot x \cdot \cos 90^\circ = 0$$

$$W_{F_p} = F_p \cdot x \cdot \cos 37^\circ = 100N \cdot 40m \cdot \cos 37^\circ = 3200J$$

El trabajo neto puede calcularse de dos maneras equivalentes:

- (1) El trabajo neto efectuado sobre un objeto es la suma algebraica del trabajo hecho por cada una de las fuerzas que actúan sobre el objeto, ya que el trabajo es un escalar:
- (2)

$$W_g + W_N + W_{F_p} = 0 + 0 + 3200J = 3200J$$

Trabajo: Positivo, negativo o cero

El trabajo efectuado en el ejemplo anterior dio resultado positivo. No obstante, es importante entender que el trabajo también puede ser negativo o cero. Ésta es la diferencia esencial entre la definición de trabajo en física y la definición “cotidiana” del mismo (**Fig. 6**).

Trabajo efectuado por una fuerza Variable

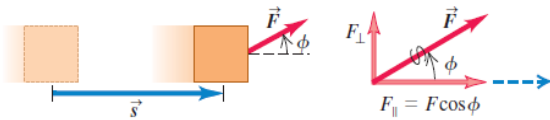
Si la fuerza que actúa sobre un objeto es constante, el trabajo realizado por dicha fuerza puede calcularse usando la ecuación: $w = F \cdot d \cos \theta$

Sin embargo, en muchos casos la fuerza varía en magnitud o dirección durante un proceso. Son ejemplos la fuerza ejercida por un resorte, que crece con la magnitud del alargamiento o

compresión del resorte, o el trabajo realizado por una fuerza variable que se ejerce al tirar una caja o un carro hacia arriba por una pendiente irregular.

Una fuerza constante $\vec{F}$ puede efectuar trabajo positivo, negativo o cero, dependiendo del ángulo entre $\vec{F}$ y el desplazamiento $\vec{s}$. **Fig 6**

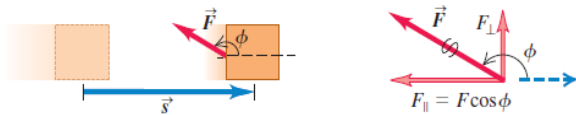
a)



La fuerza tiene una componente en la dirección del desplazamiento:

- El trabajo sobre el objeto es positivo.
- $W = F_{\parallel}s = (F \cos \phi)s$

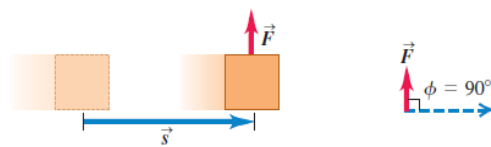
b)



La fuerza tiene una componente opuesta a la dirección del desplazamiento:

- El trabajo sobre el objeto es negativo.
- $W = F_{\parallel}s = (F \cos \phi)s$
- Matemáticamente, $W < 0$ porque $F \cos \phi$ es negativo para $90^\circ < \phi < 270^\circ$.

c)



La fuerza es perpendicular a la dirección del desplazamiento:

- La fuerza *no* realiza trabajo sobre el objeto.
- De forma más general, cuando una fuerza que actúa sobre un objeto tiene una componente $F_{\perp}$ perpendicular al desplazamiento del objeto, dicha componente no efectúa trabajo sobre el objeto.

Trabajo efectuado por la fuerza de un resorte

Determinemos el trabajo necesario para estirar o comprimir un resorte en espiral, como el mostrado en la **figura 7**. Para que una persona mantenga un resorte estirado o comprimido una cantidad x desde su longitud natural (sin estirar) se requiere una fuerza F_p que es directamente proporcional a la deformación x . Es decir:

$$F_p = k \cdot x \quad \text{Ecuacion 3}$$

Donde k es una constante llamada constante del resorte (o constante de rigidez del resorte), y es una medida de la rigidez de un resorte particular. El resorte mismo ejerce una fuerza sobre la mano en el sentido opuesto:

$$F_s = -k \cdot x \quad \text{Ecuacion 4}$$

Esta fuerza se llama a veces “fuerza restauradora” porque el resorte ejerce su fuerza en sentido opuesto al desplazamiento (por ello, el signo menos), actuando así para regresarlo a su longitud natural. La

Ecuacion 4 se conoce como la ecuación de resorte y también como la **ley de Hooke**, y es exacta para resortes siempre que x no sea demasiado grande comparada con la longitud natural

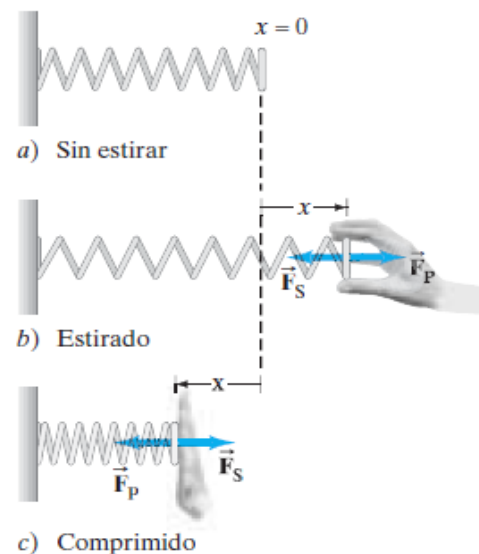


Fig.7 Resorte en posición normal (sin estirar). b) El resorte es estirado por una persona que ejerce una fuerza $\vec{F}_p$ hacia la derecha (sentido positivo). El resorte jala de regreso con una fuerza $\vec{F}_s$ donde $F_s = -kx$. c) La persona comprime el resorte ($x < 0$), y éste empuja de regreso con una fuerza $F_s = -kx$, donde $F_s > 0$ porque $x < 0$.

5-2: Energía. Energía cinética y trabajo.

La *energía* es uno de los conceptos más importantes de la ciencia. Sin embargo, no podemos dar una definición general simple de la energía en unas cuantas palabras. Definiremos energía en la manera usual como **“la capacidad de realizar trabajo”**. Esta simple definición no es muy precisa, ni es realmente válida para todos los tipos de energía. Sin embargo, funciona para la energía mecánica que estudiamos en esta unidad.

Energía Cinética.

Un objeto en movimiento puede efectuar trabajo sobre otro objeto al que golpea. Una bala de cañón disparada efectúa trabajo sobre una pared de ladrillos al derribarla; un martillo que se mueve realiza trabajo sobre un clavo al insertarlo en la madera. En cualquier caso, un objeto en movimiento ejerce una fuerza sobre un segundo objeto que sufre un desplazamiento. Un objeto en movimiento tiene la capacidad de efectuar trabajo y se dice entonces que tiene energía. La energía de movimiento se llama **energía cinética**, palabra derivada del griego kinetikos que significa “movimiento”.

Para obtener una definición cuantitativa para la energía cinética, *consideremos un simple objeto rígido de masa m* (tratado como una partícula), que se mueve en línea recta con una rapidez inicial v_1 . Para acelerarlo uniformemente hasta una rapidez v_2 , se ejerce una fuerza neta constante F_{net} sobre el objeto, paralela a su movimiento a lo largo de un desplazamiento d , **figura 8**. Entonces el trabajo neto efectuado sobre el objeto es $W_{\text{neto}} = F_{\text{neta}}d$

Aplicamos la **segunda ley de Newton**:

$$F_{\text{neta}} = m \cdot a$$

Y usando la ecuación $v_2^2 = v_1^2 + 2ad$

Que reescribimos ahora como: $a = \frac{v_2^2 + v_1^2}{2d}$

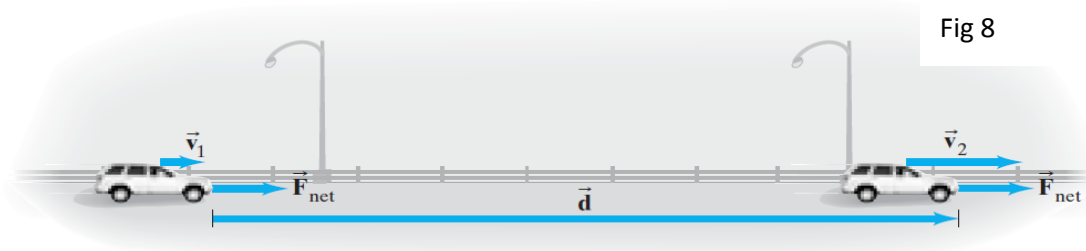


Fig 8

$$W_{\text{neto}} = F_{\text{neta}}d = ma = m\left(\frac{v_2^2 + v_1^2}{2d}\right)d = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 \quad \text{Ecuacion 5}$$

Definimos la cantidad $\frac{1}{2}mv_1^2$ como la energía cinética traslacional K del objeto:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{Ecuacion 6}$$

$$K = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \Delta K \quad \text{Ecuacion 7}$$

Este es un resultado útil que se conoce como *el principio del trabajo y la energía*, que puede enunciarse como: “El “trabajo neto” efectuado sobre un objeto es igual al cambio en su energía cinética”.

Las unidades de Energía son las mismas unidades de trabajo

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{Kg \ m^2}{s^2} = \frac{kg \cdot m \cdot m}{s^2} = N \cdot m = J$$

Ejemplo 2: Energía cinética y trabajo efectuado sobre una pelota de béisbol. Una pelota de béisbol de 145 g se lanza con una rapidez de 25 m/s.

a) ¿Cuál es su energía cinética?

b) ¿Cuál fue el trabajo neto realizado sobre la pelota para alcanzar esta rapidez, partiendo del reposo?

a) La energía cinética de la pelota después del lanzamiento es:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}0,145Kg \left(25 \frac{m}{s}\right)^2 = 45J$$

b) Puesto que la energía cinética inicial fue cero, el trabajo neto realizado es igual a la energía cinética final: 45 J.

Ejemplo 3: Trabajo sobre un automóvil para incrementar su energía cinética. ¿Cuánto trabajo neto se debe realizar para acelerar un automóvil de 1000 kg de 20 m/s a 30 m/s?

PLANTEAMIENTO consideramos el automóvil como una partícula o un objeto rígido simple.

SOLUCIÓN El trabajo neto necesario es igual al incremento en la energía cinética:

$$K = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}1000kg \left(30 \frac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}1000kg \left(20 \frac{m}{s}\right)^2 = 2,5 \times 10^5 J$$

5-3 Potencia. Unidades.

La definición de trabajo no menciona el paso del tiempo. Si usted levanta una barra que pesa 100 N a una distancia vertical de 1.0 m con velocidad constante, realiza (100 N)(1.0 m) 5100 J de trabajo, ya sea que tarde 1 segundo, 1 hora o 1 año. No obstante, muchas veces necesitamos saber con qué rapidez se efectúa trabajo. Describimos esto en términos de **potencia**. En el habla cotidiana, “potencia” suele emplearse como sinónimo de “energía” o “fuerza”. En física usamos

una definición mucho más precisa: “**potencia** es la *rapidez* con que se efectúa trabajo”; al igual que el trabajo y la energía, la potencia es una cantidad escalar.

Si se realiza un trabajo ΔW en un intervalo Δt , el trabajo medio efectuado por unidad de tiempo o **potencia media**:

$$P_{med} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad \text{Ecuación 8}$$

En el SI la unidad de potencia es el watt (W), llamada así por el inventor inglés James Watt. Un watt es igual a un joule por segundo: $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$. También son de uso común el kilowatt ($1 \text{ kW} = 10^3 \text{ W}$) y el megawatt ($1 \text{ MW} = 10^6 \text{ W}$).

También se usa una unidad mayor, el caballo de potencia Hp:

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ W} = 0.746 \text{ kW}$$

El watt es una unidad común de potencia eléctrica; una bombilla eléctrica de 100 W convierte 100 J de energía eléctrica en luz y calor cada segundo. Sin embargo, los watts no son inherentemente eléctricos. Una bombilla podría especificarse en términos de caballos de potencia; mientras que algunos fabricantes de automóviles especifican sus motores en términos de kilowatts.

El kilowatt-hora (KW.h) es la unidad comercial usual de energía eléctrica. Un kilowatt-hora es el trabajo total realizado en 1 hora (3600 s) cuando la potencia es 1 kilowatt (10^3 J/s).

El kilowatt-hora es una unidad de trabajo o energía, no de potencia.

5-4: Fuerzas conservativas y fuerzas no conservativas. Energía potencial.

Es importante que clasifiquemos las fuerzas en dos tipos: conservativas y no conservativas. Por definición, llamamos a una fuerza **conservativa** si “**el trabajo hecho por la fuerza sobre un objeto que se mueve de un punto a otro depende sólo de las posiciones inicial y final del objeto, y es independiente de la trayectoria particular tomada**”.

El trabajo realizado por una fuerza conservativa como la gravedad depende sólo de los extremos de la trayectoria de movimiento, no sobre la trayectoria específica seguida entre esos puntos.

Una fuerza conservativa puede ser una función solo de posición, y quizá no dependa de otras variables como el tiempo o la velocidad. “La fuerza de gravedad es una fuerza conservativa” (fig 9).

Así, si un cuerpo se mantiene cerca de la superficie terrestre, la fuerza

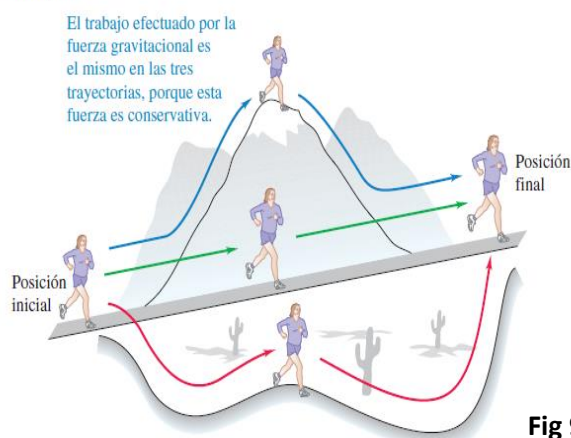


Fig 9

gravitacional es independiente de la altura, y el trabajo realizado por tal fuerza sólo depende del cambio de altura. Si el cuerpo describe una trayectoria cerrada, volviendo al punto de partida, el trabajo total de la fuerza gravitacional siempre es cero.

El trabajo realizado por una **fuerza conservativa** siempre tiene estas propiedades:

1. *Puede expresarse como la diferencia entre los valores inicial y final de una función de energía potencial.*

2. **Es reversible.**

3. *Es independiente de la trayectoria del cuerpo y depende sólo de los puntos inicial y final.*

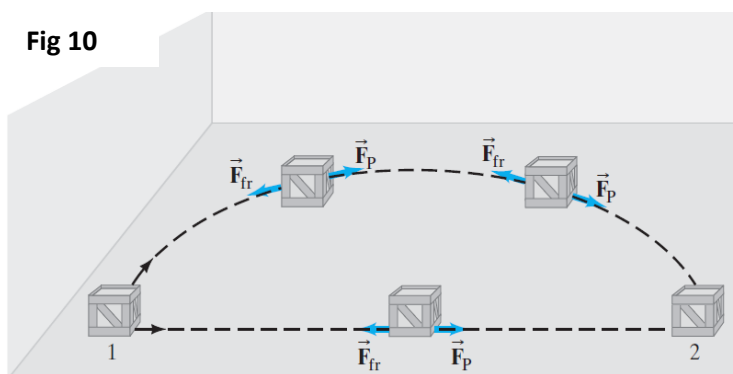
4. *Si los puntos inicial y final son el mismo, el trabajo total es cero.*

Si las únicas fuerzas que efectúan trabajo son conservativas, la energía mecánica total $E = K + U$ es constante.

Muchas fuerzas como la fricción, o el empuje ejercidos por una persona, son fuerza “**no conservativas**” porque **el trabajo que realizan depende de la trayectoria**. Por ejemplo, si usted empuja una caja a través de un piso desde un punto a otro, el trabajo que realiza depende de si la trayectoria seguida es recta o curva. Como se observa en la **figura 10**.

Si una caja se empuja desde el punto 1 hasta el punto 2 a lo largo de una trayectoria semicircular más larga, en vez de empujarla siguiendo una trayectoria recta, usted realiza más trabajo para vencer la fricción. Esto se debe a la

Fig 10



mayor distancia y, a diferencia de la fuerza gravitacional, a que la fuerza de empuje siempre está en la dirección del movimiento. De manera que el trabajo realizado por la persona en la **figura 10** no depende solo de los puntos 1 y 2, pues depende también de la trayectoria seguida. La **fuerza de fricción** cinética, que también se muestra en la figura, siempre se opone al movimiento y, además, es una fuerza no conservativa.

Energía potencial

Ya estudiamos la energía asociada con un objeto en movimiento, que es su energía cinética, veremos ahora la **energía potencial**, es decir, **la energía asociada con fuerzas que dependen de la posición** o configuración de un objeto en relación con su entorno. Es posible definir varios tipos de energía potencial y cada tipo está asociado con una fuerza conservativa específica. El resorte enrollado de un juguete es un ejemplo de energía potencial. El resorte adquirió energía potencial

porque se efectuó trabajo sobre él por la persona que enrolló el juguete. Al desenrollarse el resorte, éste ejerce una fuerza y efectúa trabajo al hacer que el juguete se mueva.

Energía potencial gravitacional

El ejemplo más común de **energía potencial** tal vez sea la energía potencial gravitacional. Un ladrillo pesado sostenido en lo alto tiene energía potencial debido a su posición relativa a la Tierra. Así, tiene la capacidad de efectuar trabajo, ya que si se le suelta, caerá al suelo debido a la fuerza gravitacional y puede efectuar trabajo sobre una estaca al clavarla en el suelo. Determinemos la forma de la energía potencial gravitacional de un objeto cerca de la superficie terrestre. Para levantar verticalmente un objeto de masa m , es necesario ejercer sobre él una fuerza hacia arriba por lo menos igual a su peso mg , digamos, por la mano de una persona. Para levantarlo sin aceleración hasta una altura h , de la posición y_1 a la y_2 en la figura (el sentido hacia arriba se eligió como positivo), una persona debe efectuar un trabajo igual al producto de la fuerza “externa” que ejerce, $F_{\text{ext}} = m \cdot g$ hacia arriba, por la distancia vertical h . Es decir:

$$W_{\text{ext}} = F_{\text{ext}} \cdot d = m \cdot g \cdot h \cdot \cos 0 = mgh(y_2 - y_1) \quad \text{Ecuacion 7}$$

$$W_g = F_g \cdot d = m \cdot g \cdot h \cdot \cos 180 = -mgh(y_2 - y_1) \quad \text{Ecuacion 8}$$

En resumen: “para elevar un objeto de masa m hasta una altura h , se requiere una cantidad de trabajo igual a mgh . Una vez en la altura h , el objeto tiene la capacidad de efectuar una cantidad de trabajo igual a mgh . Podemos entonces afirmar que el trabajo realizado al levantar el objeto ha sido almacenado como **energía potencial gravitacional**”.

De hecho, podemos definir el cambio en energía potencial gravitacional U cuando un objeto se mueve de una altura y_1 a una altura y_2 , como igual al trabajo hecho por la fuerza externa neta necesaria para lograr esto sin aceleración:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = W_{\text{ext}} = -W_g = mgh(y_2 - y_1)$$

Ecuacion 10

Ejemplo 4: Cambios de la energía potencial en una montaña rusa. Un carro de 1000 kg de una montaña rusa se mueve del punto 1, al punto 2 y luego al punto 3. **Figura 11.**

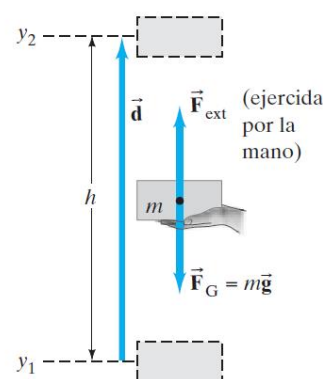


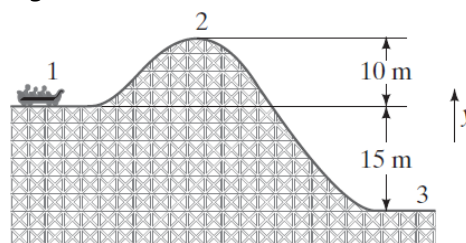
Fig 11 Una persona ejerce una fuerza hacia arriba $F_{\text{ext}} = mg$ para levantar un ladrillo de y_1 a y_2 .

a) ¿Cuál es la energía potencial gravitacional en 2 y en 3 con respecto al punto 1? Considere $y = 0$ para el punto 1.

b) ¿Cuál es el cambio en la energía potencial cuando el carro pasa de 2 a 3?

c) Resuelva nuevamente los incisos a) y b) pero ahora tome el punto de referencia ($y = 0$) en el punto 3.

Fig 12



PLANTEO: Lo que nos interesa es la energía potencial

del sistema carro-Tierra y consideramos hacia arriba la dirección y positiva. Utilizamos la definición de energía potencial gravitacional para calcular la energía potencial.

SOLUCIÓN: a) Medimos las alturas desde el punto 1 ($y_1 = 0$), lo cual significa que inicialmente la energía potencial gravitacional es cero. En el punto 2, donde $y_2 = 10$ m:

$$U_2 = mgy_2 = 1000kg \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} 10m = 9,8 \cdot 10^4 J$$

$$U_3 = mgy_3 = 1000kg \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} (-15m) = -1,5 \cdot 10^5 J$$

b) Al pasar del punto 2 al 3, el cambio de energía potencial ($U_{\text{final}} - U_{\text{inicial}}$) es:

$$U_3 - U_2 = -1,5 \cdot 10^5 J - 9,8 \cdot 10^4 J = -2,5 \cdot 10^5 J$$

La energía potencial gravitacional disminuye en $2,5 \cdot 10^5 J$

c) Ahora hacemos $y_3 = 0$. Entonces, $y_1 = +15$ m en el punto 1, por lo que la energía potencial inicialmente (en el punto 1) es:

$$U_1 = mgy_1 = 1000kg \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} 15m = 1,5 \cdot 10^5 J$$

En el punto 2, $y_2 = 25$ m, de manera que la energía potencial es:

$$U_2 = mgy_2 = 1000kg \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} 25m = 2,5 \cdot 10^5 J$$

En el punto 3, $y_3 = 0$, por lo que la energía potencial es cero. El cambio en energía potencial al pasar del punto 2 al 3 es:

$$U_3 - U_2 = 0 - 2,5 \cdot 10^5 J = -2,5 \cdot 10^5 J$$

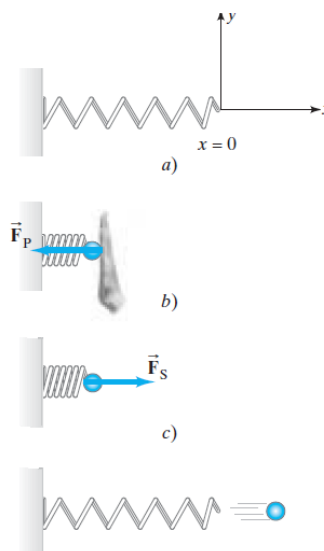
Que es el mismo que en el inciso b).

NOTA El trabajo realizado por la gravedad depende sólo de la altura, de manera que los cambios en la energía potencial gravitacional no dependen de la trayectoria seguida.

Energía potencial elástica

Consideraremos ahora la energía potencial asociada con materiales elásticos. Consideremos un resorte en espiral sencillo como el de la **figura 13** cuya masa es tan pequeña que podemos despreciarla. Cuando el resorte se comprime y luego se suelta, puede efectuar trabajo sobre una pelota (masa m). Así, el sistema resorte-pelota tiene energía potencial cuando se comprime (o se estira). Al igual que otros materiales elásticos, un resorte es descrito por la ley de Hooke siempre que el desplazamiento x no sea muy grande. Tomemos nuestro sistema coordenado de manera que el extremo del resorte no comprimido esté en $x = 0$ (figura a) y que x sea positiva hacia la derecha. Para mantener el resorte comprimido (o estirado) una distancia x desde su longitud

Fig 13



natural (sin estirar), se requiere que la mano de una persona ejerza una fuerza: $F_p = kx$ sobre el resorte (figura b), donde k es la constante de rigidez del resorte. El resorte empuja en sentido contrario con una fuerza (tercera ley de Newton), $F_s = -kx$. El signo negativo aparece porque la fuerza está dirigida en sentido contrario al desplazamiento x . El cambio en energía potencial cuando el resorte se comprime o se estira entre $x_1 = 0$ (su posición no comprimida) y $x_2 = x$ (donde x puede ser + o -) es:

$$W_k = \frac{1}{2}kx^2 \quad \text{Ecuacion 11}$$

5-5: Conservación de la energía mecánica. Principio de conservación de la energía.

Consideremos un sistema conservativo (que significa que sólo las fuerzas conservativas efectúan trabajo) donde la energía se transforma de cinética a potencial, o viceversa. De nuevo, debemos considerar un sistema porque la energía potencial no existe para un objeto aislado.

Nuestro sistema podría ser una masa m que oscila en el extremo de un resorte o se mueve en el campo gravitacional terrestre. De acuerdo con el principio trabajo-energía (**Ecuación 7**) el trabajo neto W_{net} efectuado sobre un objeto es igual a su cambio en energía cinética:

$$W_{\text{net}} = \Delta K$$

(Si más de un objeto de nuestro sistema tiene trabajo hecho sobre sí, entonces W_{net} y ΔK pueden representar la suma para todos los objetos.)

Como suponemos un sistema conservativo, podemos escribir el trabajo neto realizado sobre un(os) objeto(s) en términos del cambio en la energía potencial total:

$$\Delta U = -W_{\text{net}} \quad \text{Ecuacion 10}$$

Combinamos las dos ecuaciones previas, haciendo U igual a la energía potencial total:

$$\Delta K + \Delta U = (K_2 - K_1) + (U_2 - U_1) = 0 \quad \text{Ecuación 12}$$

Definimos ahora una cantidad E , llamada **energía mecánica total de nuestro sistema**, como la suma de la energía cinética más la energía potencial del sistema en cualquier momento:

$$E = K + U \quad \text{Ecuación 13}$$

$$(K_2 + U_2) = (K_1 + U_1) \quad \text{Sólo fuerzas conservativas} \quad \text{Ecuación 14}$$

$$E_2 = E_1 = \text{Constante} \quad \text{Sólo fuerzas conservativas}$$

Esto se llama el **principio de conservación de la energía mecánica** para fuerzas conservativas: Si sólo fuerzas conservativas están efectuando trabajo, la energía mecánica total de un sistema ni aumenta ni disminuye en cualquier proceso. Permanece constante, es decir, se conserva.

Ejemplo 5: Caída de una piedra. Si la altura original de la piedra en la figura 14 es $y_1 = h = 3.0 \text{ m}$, calcule la rapidez de la piedra cuando ha caído a 1.0 m por arriba del suelo.

PLANTEO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica (**Ecuación 13**) suponiendo que sobre la roca sólo actúa la gravedad. Elegimos el suelo como nuestro nivel de referencia ($y = 0$).

SOLUCIÓN En el momento de liberación (punto 1) la piedra se encuentra en la posición $y_1 = 3.0 \text{ m}$ y está en reposo: $v_1 = 0$. Queremos encontrar v_2 cuando la piedra está en la posición $y_2 = 1.0 \text{ m}$. La ecuación 14:

$$(K_1 + U_1) = (K_2 + U_2)$$

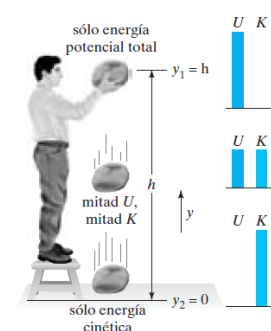
$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2$$

Las m se cancelan y $v_1 = 0$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = mgy_1 - mgy_2$$

$$v_2 = \sqrt{2g(y_1 - y_2)} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (3\text{m} - 1\text{m})} = 6.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Fia 14 La energía potencial de la piedra cambia a energía cinética al caer. Observe que las gráficas de barras representan energía potencial U y energía cinética K para las tres posiciones diferentes.



Conservación de la energía con fuerzas disipativas: Resolución de problemas

Para establecer la ley más general de la conservación de la energía, fue necesario que los físicos del siglo XIX reconocieran las energías eléctrica, química y otras formas en adición al calor y exploraran si éstas se ajustarían una ley de conservación. Para cada tipo de fuerza, conservativa

o no conservativa, siempre ha sido posible definir un tipo de energía que corresponda al trabajo realizado por esa fuerza. Se ha encontrado experimentalmente que la energía total E siempre permanece constante. Es decir, el cambio en la energía total, cinética más potencial más todas las otras formas de energía, es igual a cero:

$$\Delta K + \Delta U + [\text{cambio en todas las otras formas de energía}] = 0 \quad \text{Ecuacion 15}$$

Vimos varios ejemplos de la ley de **La Conservación De La Energía** para sistemas conservativos. Consideraremos ahora en detalle algunos ejemplos que contienen fuerzas no conservativas. Muchas fuerzas como la fricción, o el empuje ejercidos por una persona, son fuerza “**no conservativas**” porque **el trabajo que realizan depende de la trayectoria**.

Tomaremos ahora en cuenta las fuerzas no conservativas como **la fricción**, ya que son importantes en situaciones reales. Por ejemplo, consideremos el carro de la montaña rusa de la **figura 15**, muestra un carro de una montaña rusa que parte del reposo en la cima de una colina, en este caso, el carro no alcanzará la misma altura en la segunda colina que en la primera debido a la fricción. En este y en otros procesos naturales, la energía mecánica (suma de

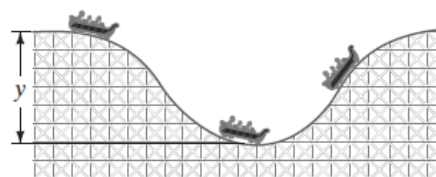


Fig 15 Un carro de montaña rusa que se mueve sin fricción ilustra la conservación de la energía mecánica.

las energías cinética y potencial) no permanece constante sino que decrece. “**Como las fuerzas de fricción reducen la energía mecánica (pero no la energía total), se llaman fuerzas disipativas**”. observamos que al pasar de un punto 1 a un segundo punto 2, la energía disipada por la fuerza de fricción F_{fr} que actúa sobre el carro (considerado como partícula) es constantes y se expresa simplemente: $W_{fr} = F_{fr} \cdot l$ donde l es la distancia real a lo largo de la trayectoria recorrida por el objeto del punto 1 al punto 2.

Así, escribimos nuestra ecuación de conservación de la energía, **Ecuacion 15** de la siguiente manera:

$$\Delta K + \Delta U + W_{fr} = 0$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 + W_{fr}$$

A la izquierda tenemos la energía mecánica del sistema inicialmente, que es igual a la energía mecánica en cualquier punto subsecuente a lo largo de la trayectoria más la cantidad de energía térmica (o interna) producida en el proceso.

Otras fuerzas no conservativas pueden tratarse de la misma forma. Si usted no está seguro del signo del último término a la derecha, utilice su intuición: es la energía mecánica que aumenta o se reduce en el proceso.

Ejemplo 5: Fricción con un resorte. Un bloque de masa m , que se desliza a lo largo de una superficie rugosa horizontal, viaja con una rapidez v_0 cuando golpea de frente un resorte sin masa (véase la figura 16) y lo comprime una distancia máxima X . Si el resorte tiene una constante de rigidez k , determine el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie.

PLANTEO En el momento de la colisión, el bloque tiene K y se supone que el resorte no está comprimido, por lo que $U=0$. Inicialmente la energía mecánica del sistema es $\frac{1}{2}mv_0^2$. En el tiempo en que el resorte alcanza su compresión máxima, $K=0$ y $U = \frac{1}{2}kx^2$. Mientras tanto, la fuerza de fricción transforma la energía en energía térmica.

SOLUCIÓN De la conservación de la energía podemos escribir:

Energía inicial=Energía final

$$K = U + W_{fr}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \mu F_N \cdot x$$

Despejamos μ :

$$\mu = \frac{\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}kx^2}{F_N \cdot x}$$

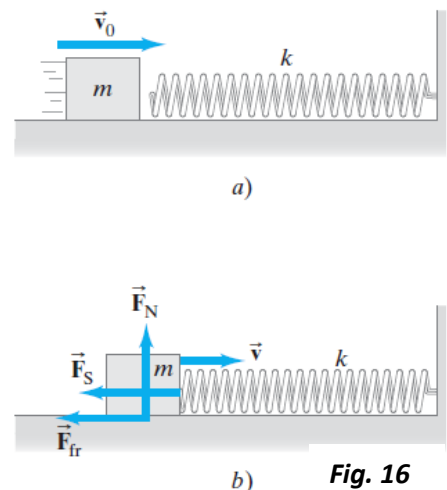


Fig. 16